



## شناسایی مکان و عمق ترک در یک تیر تیموشنکو با استفاده از شبکه عصبی موجکی

محمدامین نعمت‌اللهی<sup>\*</sup>

۱- استاد گروه مهندسی بیوسیستم دانشکده کشاورزی دانشگاه شیراز

ایمیل مکاتبه کننده: manema@shirazu.ac.ir

### چکیده

موضوع تشخیص ترک در حقیقت حل یک مسئله معکوس است و به تعیین مکان و عمق ترک می‌پردازد. فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای یک سازه، بدلیل وجود ترک تغییر می‌یابند. در این مقاله، ترک به عنوان یک فنر پیچشی بدون جرم مدل می‌شود. با استفاده از تئوری تیر تیموشنکو و اعمال اثر ترک در معادلات حاکم بر تیر، فرکانس‌های طبیعی تیر محاسبه می‌شوند. در این مقاله، روشی معکوس به عنوان یک روش غیرمخرب، جهت شناسایی ترک در تیر تیموشنکو با استفاده از شبکه عصبی جدیدی ارائه می‌گردد. این شبکه بر مبنای توابع موجکی طراحی شده است. الگوریتم استفاده شده در طراحی شبکه، ساختاری غیرتکراری دارد. بنابراین از سرعت بالایی در آموزش شبکه برخوردار است. داده‌های ورودی مورد نیاز برای آموزش شبکه عصبی موجکی، فرکانس‌های طبیعی تیر هستند که با استفاده از روش تحلیلی بدست می‌آیند. در این مقاله، شناسایی ترک برای سه حالت مختلف انجام شده است. در حالت اول و دوم، تنها یک پارامتر مجهول است، یعنی مکان یا عمق ترک مجهول در نظر گرفته شده است. در حالت سوم، دو پارامتر مکان و عمق ترک هر دو مجهول هستند. با توجه به نتایج بدست آمده برای شناسایی ترک با استفاده از شبکه عصبی موجکی پیشنهادی، درصد خطا کمتر از پنج درصد بود. بنابراین روش پیشنهادی از دقت و کارایی بالایی برخوردار است.

واژه‌های کلیدی: شناسایی ترک، تیر تیموشنکو، شبکه عصبی، موجک، تحلیل معکوس

### مقدمه

وجود ترک در سازه، سبب بوجود آمدن یک انعطاف‌پذیری موضعی می‌گردد که خود تابعی از عمق ترک است. این انعطاف‌پذیری، رفتار دینامیکی سازه را تغییر می‌دهد. فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای یک سیستم از مشخصه‌های ذاتی آن محسوب می‌گردند که با وجود ترک، تغییر می‌نمایند. بواسطه این تغییرات، می‌توان محل و عمق ترک را شناسایی نمود. مقالات زیادی تاکنون در زمینه تشخیص ترک منتشر شده‌اند. در این میان روش‌هایی که بر اساس تغییر در فرکانس و مودهای طبیعی هستند، چشمگیر می‌باشند. تامسون اثر مکان و عمق ترک را بر روی فرکانس‌های طبیعی و مودهای ارتعاشی سیستم بررسی کرد (Thomson, 1943). دیماروگوناتس ترک را به عنوان یک



انعطاف‌پذیری موضعی مدل نمود و این انعطاف‌پذیری موضعی را توسط روشهای مکانیک شکست و آزمایشگاهی محاسبه نمود (Dimarogonas, 1976). یون مطالعه‌ای سیستماتیک بر روی ارتباط بین مکان و عمق ترک و تغییرات در فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها در تیر یکسر درگیر ارائه نمود (Yuen, 1985). ریزوس و همکارانش وجود ترک در تیر را با یک فنر خطی پیچشی بدون جرم مدل نمودند و متوجه شدند که عمق ترک با تغییر در فرکانس‌های طبیعی سیستم مرتبط می‌باشد (Rizos et al., 1990). نارکیس ترک را با یک فنر معادل، شبیه‌سازی نمود و یک حل بسته برای مسئله معکوس یعنی تعیین مکان و عمق ترک با استفاده از دو فرکانس اول برای تیری که دارای تکیه‌گاه پین-پین بود بدست آورد (Narkis, 1994). سخار رفتار دینامیکی یک روتور با دو ترک را بررسی نمود (Sekhar, 1999). یون و همکارانش به تشخیص ترک در سازه‌های قابی شکل پرداختند. برای این منظور از شبکه‌های عصبی استفاده شد. داده‌های ورودی به شبکه، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سازه می‌باشند (Yun et al., 2001). ساهین و همکارش با استفاده از شبکه عصبی انتشار برگشتی<sup>۱</sup> به شناسایی ترک در سازه‌هایی که به شکل تیر هستند اقدام نمودند. فرکانس‌های طبیعی و ماکزیمم انحنای تیر به عنوان داده‌های ورودی به شبکه استفاده شده است (Sahin et al., 2003). خیم و همکارش با استفاده از مسئله بهینه‌سازی غیرخطی مقید و فرکانس‌های طبیعی، تیری را که دارای چندین ترک بود بررسی کردند (Khiem et al., 2004). لی و همکارانش از شبکه تابع با مبنای شعاعی<sup>۲</sup> به عنوان ابزاری در تشخیص ترک استفاده نمودند. آنها تغییرات حاصل در فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای کرنش را به عنوان ورودی به شبکه عصبی ارائه کردند (Li et al., 2005). کیسا و همکارش با استفاده از روش مکانیک شکست و المان محدود به آنالیز ارتعاشی برای تیری با مقطع دایره‌ای و تعدادی دلخواه از ترک پرداختند (Kisa et al., 2006). اوبرهولستر و همکارش عیوب موجود در تیغ‌های یک فن را شناسایی نمودند. از فرکانس‌های طبیعی و مودهای متناظرشان به عنوان داده‌های ورودی به شبکه‌های عصبی استفاده شد (Oberholster et al., 2006). یو و همکارانش با استفاده از مکانیک شکست و اصل انرژی، مدل دقیق المان محدود یک روتور ترک‌دار را بدست آوردند و به کمک آن روش جدیدی را بر اساس تغییر در شکل مودهای یک سیستم ترک‌دار ارائه کردند (Yu et al., 2007). اختراعی و همکارانش ارتعاشات آزاد تیر تیموشنکو تحت بار محوری را بررسی نمودند. تیر در نظر گرفته شده دارای ناپیوستگی‌هایی نظیر ترک یا تغییر در سطح مقطع بود. آنها برای این منظور در تیر، موجی را ارسال کردند. وجود هر ناپیوستگی مانند ترک، مرز جسم و یا تغییر سطح مقطع تیر، سبب مختل شدن حرکت موج می‌گردد. آنها بر این اساس، ارتعاشات یک تیر ترک‌دار تیموشنکو، تحت بار محوری را تحلیل نمودند (اختراعی و همکارانش، ۱۳۸۶). تقی و همکارانش از الگوریتم ژنتیک به منظور تشخیص ترک در تیر یکسرگیردار استفاده کردند. مسئله مورد بررسی در مقاله آنها به صورت یک مسئله بهینه‌سازی فرمول‌بندی شد. تابع هدف تعریف شده بر اساس فرکانس‌های طبیعی سیستم در نظر گرفته شده بود (Taghi et al., 2008). مهرجو و همکارانش با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی به تشخیص عیوب در اتصال‌های یک پل خرپایی، اقدام نمودند. فرکانس‌های طبیعی و

1. Back propagation neural network  
2. Radial basis function neural network



مودهای پل به عنوان ورودی به شبکه، استفاده شدند (Mehrhoj et al., 2008). درویزه و همکارانش به شناسایی ترک با فرکانس‌های طبیعی سازه با استفاده از شبکه عصبی و سیستم عصبی- فازی پرداختند. آنها برای تعیین فرکانس‌های طبیعی از روش المان محدود استفاده نمودند (درویزه و همکارانش، ۱۳۸۷). نعمت‌اللهی و همکارانش به کمک شبکه عصبی و فرکانس‌های طبیعی، مکان و عمق ترک را در یک صفحه ترک‌دار شناسایی کردند. فرکانس‌های طبیعی جهت آموزش شبکه عصبی از تحلیل ارتعاشی صفحه ترک‌دار با روش المان محدود محاسبه شدند (نعمت‌اللهی و همکارانش، ۱۳۸۷). شفیعی سرتشنیزی و همکارش محاسبات مربوط به ارتعاشات تیر یکسردرگیری را که دارای یک ترک عرضی بود، بصورت تحلیلی انجام دادند. آنگاه با یک روش معکوس، پارامترهای ترک، یعنی محل و عمق ترک را بدست آوردند (شفیعی سرتشنیزی و همکارش، ۱۳۸۸). بهزاد و همکارانش با بکارگیری اصل همپلتون، معادلات دیفرانسیلی ارتعاشات خمشی یک تیر تیموشنکو با یک ترک لبه باز را بدست آوردند (بهزاد و همکارانش، ۱۳۸۸). لی با استفاده از روش‌های المان مرزی و نیوتن - رافسون به ترتیب به عنوان روش‌های مستقیم و معکوس به تشخیص ترک در سازه‌های تیر شکل اقدام نمود. برای شناسایی ترک از فرکانس‌های طبیعی استفاده گردید (Lee, 2010). مونکایو و همکارانش روش تشخیص پارامترهای ویژه (فرکانس و مود طبیعی) سیستم را جهت تعیین پارامترهای دینامیکی دو هواپیما و نهایتاً تشخیص ترک در سازه‌های معیوب تشریح نمودند (Moncayo et al., 2010). کریمی و همکارش با بکارگیری شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک به شناسایی ترک در یک تیر پرداختند. جهت یافتن فرکانس‌های طبیعی برای آموزش شبکه از نرم افزار المان محدود استفاده شد (کریمی و همکارش، ۱۳۹۰). رکیده و همکارانش با استفاده از تحلیل ارتعاشی تیر تیموشنکو و شبکه عصبی، موقعیت و عمق ترک را تعیین نمودند (رکیده و همکارانش، ۱۳۹۰). نعمت‌اللهی و همکارانش با استفاده از روش شبکه عصبی به شناسایی ترک در سازه‌های تیرشکل پرداختند. فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها از روش المان محدود بدست آمدند و به عنوان داده‌های مورد نیاز برای آموزش شبکه استفاده شدند (Nematollahi et al., 2012). رضایی و همکارش با تبدیل هیلبرت- هوانگ، تاثیر موقعیت ترک را در ارتعاشات تیر ترک‌دار بررسی نمودند (رضایی و همکارش، ۱۳۹۱). لیب زاده و همکارانش با تحلیل موجکی به بررسی وجود ترک در سازه‌های آسیب دیده پرداختند. این تحلیل روی پاسخ سازه آسیب دیده، انجام می‌شود و محل آسیب در نمودار ضرایب موجک، نمایان می‌گردد. آنها تحقیقاتی را که در زمینه شناسایی آسیب، توسط تبدیل موجک انجام شده بود، بررسی کردند (لیب زاده و همکارانش، ۱۳۹۱). طالبی و همکارش ارتعاشات تیرهای دورانی اویلر برنولی با سطح مقطع متغیر را تحلیل نمودند. از الگوریتم ژنتیک، جهت شناسایی ترک در این تیرها استفاده شد (طالبی و همکارش، ۱۳۹۲). تالاپیل و همکارش ترک‌های موازی با محور طولی تیرها را شناسایی نمودند. این نوع ترک‌ها ممکن است در تیرهای ایزوتروپیک لایه‌ای یا در کامپوزیت‌ها در موقع ساخت ایجاد شود (Thalopil et al., 2014). تشخیص ترک، توجه محققین را در صنعت کشاورزی نیز به خود جلب نموده است. به عنوان نمونه در شناسایی ترک‌های سطحی در مواد بیولوژیکی مانند پوسته‌ی تخم‌مرغ، فعالیت‌های درخور توجهی انجام شده است. چو و همکارش با استفاده از طیف ضربه‌های اکوستیک، ترک‌های سطحی پوسته تخم‌مرغ را شناسایی کردند (Cho et al.,



2000). آمر عیسی و همکارانش با استفاده از آنالیز ارتعاشی، شکست پوسته تخم‌مرغ را بررسی نمود ( Amer Eissa et al., 2007). لی و همکارانش با استفاده از تبدیل پیوسته موجک به تشخیص ترک در پوسته تخم‌مرغ پرداختند ( Li et al., 2012). همیشه برای حل مسائل مختلف، سعی در ارائه روش‌های آسان و کم هزینه بوده است. علاوه بر آن زمان محاسبات نیز نقش مهمی را در کاربردهای عملی ایفا می‌نماید که مورد توجه است. اگرچه تشخیص ترک با شبکه‌های عصبی متداول و روش‌های موجکی به طور جداگانه انجام شده است اما ترکیب این دو شیوه، موضوع جدیدی می‌باشد. در این مقاله، شبکه عصبی جدیدی که بر اساس توابع موجک<sup>۱</sup> طراحی گردیده است، پیشنهاد می‌گردد و به عنوان روش معکوس جهت تشخیص مکان و عمق ترک در تیر تیموشنکو<sup>۲</sup> بکار می‌رود. این شبکه خاصیت چند وضوحی<sup>۳</sup> دارد و بدلیل اینکه الگوریتم استفاده شده، ساختاری غیر تکراری دارد از سرعت بالایی در آموزش شبکه برخوردار است. پارامترهای مورد نیاز جهت آموزش شبکه، فرکانس‌های طبیعی تیر تیموشنکو هستند که با کمک روش تحلیلی بدست می‌آیند.

## مواد و روش‌ها

شناسایی ترک، شامل دو مرحله می‌باشد. در مرحله اول، با استفاده از روش تحلیلی، فرکانس‌های طبیعی تیر ترک‌دار تیموشنکو بدست می‌آیند. برای این منظور تعدادی ترک در مکان و عمق‌های مختلف در تیر ایجاد می‌شود. سپس با روش تحلیلی، فرکانس‌های طبیعی تیر محاسبه می‌شوند. با استفاده از نرم‌افزار متلب<sup>۴</sup> نسخه R2014، برنامه‌ای جهت محاسبات مربوط به فرکانس‌های طبیعی تیر فراهم شده است. آنگاه در مرحله دوم، ارتباط بین ورودی‌ها (فرکانس‌های طبیعی) و خروجی‌ها (مکان و عمق ترک) حاصل می‌شود. شبکه‌های عصبی به عنوان ابزاری قدرتمند در تحلیل معکوس برای تخمین رابطه‌ای بین ورودی‌ها و خروجی‌ها بکار برده می‌شوند. با آموزش صحیح، شبکه رابطه بین ورودی‌ها و خروجی‌ها را به خوبی فرا گرفته و از قابلیت تعمیم‌پذیری خوبی نیز برخوردار می‌شود. به این معنی که با ارائه هر داده ورودی جدید (داده‌های آزمایشی) که قبلاً در آموزش شبکه بکار نرفته، شبکه قادر است با دقت بالایی خروجی آن را محاسبه نماید. با توجه به فرمول‌بندی شبکه عصبی موجکی، در نرم‌افزار متلب برنامه‌ای جهت آموزش شبکه تهیه گردید.

## بیان مسأله

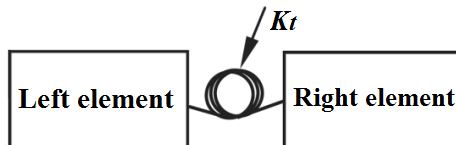
در این مقاله، شناسایی ترک برای سه حالت مختلف انجام شده است. در حالت اول و دوم، مکان یا عمق ترک، یعنی تنها یک پارامتر مجهول است. در حالت سوم، دو پارامتر مکان و عمق ترک به عنوان مجهول در نظر گرفته شده‌اند. برای فرمول‌بندی مسأله مورد نظر، ابتدا مدل‌سازی ترک انجام می‌شود.

1. Wavelet  
2. Timoshenko beam  
3. Multi-Resolution  
4. Matlab software



## مدل‌سازی ترک

ترک را می‌توان با یک فنر پیچشی بدون جرم (شکل ۱) مدل نمود.



شکل ۱- مدل فنر پیچشی بدون جرم

در محل ترک، پرشی در شیب‌های گره سمت راست و چپ ترک وجود دارد که این دو شیب از طریق ماتریس سختی ( $\mathbf{K}_e$ ) ترک با هم مرتبط می‌گردند (Tada et al., 1973; Dimarogonas, 1996):

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} K_t & -K_t \\ -K_t & K_t \end{bmatrix} \quad (1)$$

که  $K_t = \frac{1}{C_t}$  و  $C_t$  انعطاف‌پذیری موضعی است. در این مقاله، مود اول و تنها اثر گشتاور خمشی در محل ترک در نظر گرفته شده است. با استفاده از انرژی کرنشی تیر ترک‌دار، مقدار  $C_t$  به صورت زیر بدست می‌آید (Tada et al., 1973; Dimarogonas, 1996):

$$C_t = \int_0^s \frac{72\pi s f(s)^2}{bh^2 E} ds, \quad s = \frac{a}{h} \quad (2)$$

که:

$$f(s) = \sqrt{\frac{2 \tan \frac{\pi s}{2}}{\pi s} \frac{0.923 + 0.199[1 - \sin(\frac{\pi s}{2})]^4}{\cos(\frac{\pi s}{2})}} \quad (3)$$

حال با داشتن ماتریس  $\mathbf{K}_e$  اثر ترک را می‌توان در معادلات حاکم مربوط به تیر تیموشنکو در نظر گرفت. جهت بدست آوردن معادلات مربوط به تیر تیموشنکو، اثر کرنش برشی (برخلاف تیر اویلر-برنولی) در نظر گرفته می‌شود. در تیر تیموشنکو، سطح مقطع‌های تیر بعد از بارگذاری، عمود بر محور مرکزی تیر باقی نمی‌مانند و دارای چرخش می‌گردند.

## معادلات مربوط به تیر تیموشنکو

معادلات ارتعاشی آزاد تیر تیموشنکو به شکل زیر است (Timoshenko, 1921; Timoshenko, 1922):

$$\left(\frac{\rho h^2}{12}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{Eh^2}{12} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left( \phi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (4)$$



$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\kappa E}{2(1+\nu)} \left( \phi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] = 0 \quad (5)$$

$w$  و  $\phi$  به ترتیب جابجایی عرضی و چرخش سطح مقطع تیر هستند.  $\kappa$  ضریب تصحیح برش است و مقدار آن برای تیری که سطح مقطع مستطیلی و توپر دارد به شکل زیر می‌باشد:

$$\kappa = \frac{5(1+\nu)}{6+5\nu} \quad (6)$$

در روابط (۴)، (۵) و (۶)  $E$ ،  $\nu$ ،  $\rho$  و  $h$  به ترتیب مدول یانگ، نسبت پواسون، چگالی و ارتفاع تیر می‌باشند. همانطور که از روابط (۴) و (۵) مشاهده می‌شود، معادلات ارتعاشی حاکم بر تیر تیموشنکو به هم وابسته هستند. از روش جدایی متغیرها می‌توان جهت جداسازی معادلات و نتیجتاً حل آنها اقدام نمود. دو طرف ترک را می‌توان به صورت دو تیر جدا از هم بررسی نمود، آنگاه اثر ترک را بین دو تیر مجزا اعمال کرد. با روش تحلیلی، آنالیز ارتعاشی تیر انجام شده و فرکانس‌های طبیعی تیر تیموشنکو بدست می‌آیند (Khaji et al., 2009). حال با داشتن فرکانس‌های طبیعی تیر به عنوان پارامترهای ورودی به شبکه عصبی، می‌توان ترک را شناسایی کرد.

### شبکه عصبی موجکی

شبکه عصبی موجکی از توابعی بنام موجک تشکیل شده است و دارای یک لایه مخفی می‌باشد. این شبکه توسط بخشی و همکارش پیشنهاد گردید (Bakshi et al., 1993). موجک‌ها خانواده جدیدی از توابع پایه محلی هستند و کاربردهای بسیاری در زمینه‌های علوم و مهندسی دارند. این توابع جهت بیان و تقریب توابع دیگر بکار می‌روند. تفاوتی که بین شبکه عصبی موجکی و دیگر روشهای رگراسیون وجود دارد، استفاده از تحلیل چندوضوحی است که توسط ملات گسترش یافت (Mallat, 1989). موجک‌ها جنبه‌های مفیدی از قبیل تعامد، محلی بودن در دامنه‌های زمان - فرکانس و بکارگیری سریع در مسائل را دارا می‌باشند. در این چارچوب هر تابع  $\mathbf{F}(\mathbf{X})$  را در  $L^2(\mathbf{R})$  می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} d_{m,k} \psi_{m,k}(\mathbf{X}) \quad (7)$$

$$\psi_{m,k}(\mathbf{X}) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m/2} \mathbf{X} - k) \quad m, k \in \mathbf{Z} \quad (8)$$

که  $L^2(\mathbf{R})$  فضای برداری تمام توابع یک‌بعدی است که قابل اندازه‌گیری و مربع آنها انتگرال‌پذیر باشد.  $\psi$  تابع موجک و  $m$  و  $k$  به ترتیب ضرایب اتساع<sup>۱</sup> و انتقال<sup>۲</sup> هستند. همانطور که از رابطه (۸) مشاهده می‌شود، خانواده‌ای از موجک‌ها را می‌توان از انتقال و اتساع موجک‌های مادر<sup>۳</sup> بدست آورد (Mallat, 1989; Daubechies et al., 1992). اگر تقریب تابع از وضوح  $m=0$  شروع شود در این صورت:

1. Dilatation  
2. Translation  
3. Mother wavelet

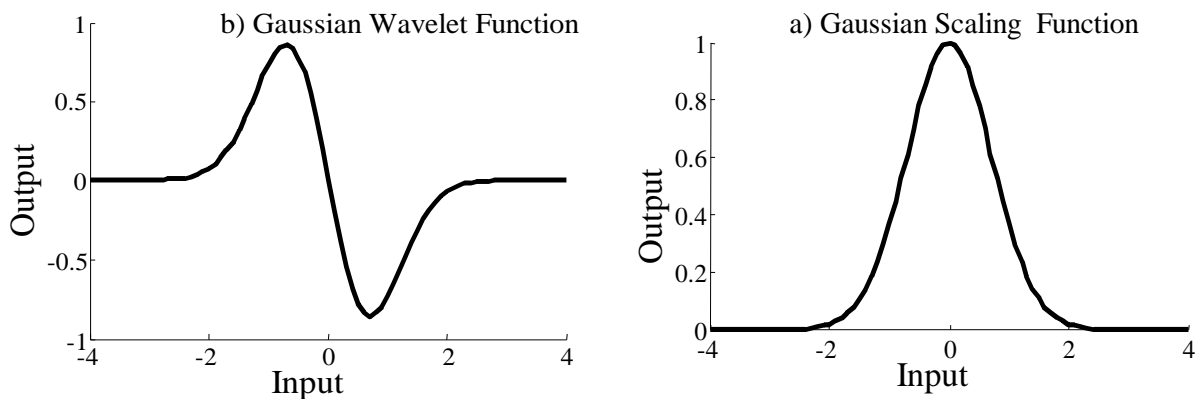


$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_{0,k} \varphi_{0,k} + \sum_{m=0}^{m=+\infty} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} d_{m,k} \psi_{m,k}(\mathbf{X}) \quad (9)$$

تابع  $\varphi$ ، تابع مقیاس در تحلیل چند وضوحی نامیده می‌شود و خانواده‌ای از این توابع به صورت زیر بیان می‌گردد (Mallat, 1989):

$$\varphi_{m,k}(\mathbf{X}) = 2^{-m/2} \varphi(2^{-m/2} \mathbf{X} - k) \quad m, k \in \mathbb{Z} \quad (10)$$

شکل (۲) یک نمونه از تابع مقیاس و تابع موجک متناظرش را نشان می‌دهد.



شکل ۲- الف) تابع مقیاس گاوس ب) تابع موجک گاوس

آنچه که تا اینجا توضیح داده شد، تحلیل چند وضوحی برای موجک‌های متعامد و یک بعدی بود. البته بسط این روش برای موجک‌های چند بعدی نیز میسر است (Mallat, 1989; Daubechies et al., 1992). همانطور که توضیح داده شد، شبکه عصبی موجکی یک شبکه تک لایه است که توابع پایه آن را موجک تشکیل می‌دهند. در تحلیل چند وضوحی، اولین تقریب توسط توابع مقیاس در وضوح  $m=0$ ، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{F}_0(\mathbf{X}) = \sum_{m=-\infty}^{m=0} a_{0,k} \varphi_{0,k}(\mathbf{X}) \quad (11)$$

جهت دسترسی به تقریب بهتر، تعدادی توابع موجک با وضوح بالاتر، طبق رابطه زیر به تقریب قبلی اضافه می‌شود:

$$\mathbf{F}_{m-1}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}_m(\mathbf{X}) + \sum_{j=-\infty}^{j=+\infty} d_{m,j} \psi_{m,j}(\mathbf{X}), j \in \mathbb{Z} \quad (12)$$

که  $\mathbf{F}_m$  (تقریب محاسبه شده از قبل) معلوم می‌باشد. این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که تابع  $\mathbf{F}(\mathbf{X})$  با دقت مطلوب، تخمین زده شود. در حقیقت هدف از آموزش شبکه، تعیین ضرایب  $a_{0,k}$  و  $d_{m,k}$  در رابطه (۹) است. می‌توان فرض کرد که در هر مرحله،  $\mathbf{F}$  تخمینی از  $\mathbf{F}_m$  است و معادله (۱۲) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathbf{F}_m^*(\mathbf{X}) = \sum_k c_{m,k} \theta_{m,k}(\mathbf{X}) \quad (13)$$

در اینجا توابع مقیاس و موجک‌ها با نماد  $\theta(\mathbf{X})$  و ضرایب  $a$  و  $d$  در رابطه (۹) با ضریب کلی  $c$  نشان داده شده



است. می‌توان فرمول‌بندی (۱۳) را به صورت ماتریسی نوشت:

$$\mathbf{F}^*(\mathbf{X}) = \mathbf{A}\mathbf{C} \quad (14)$$

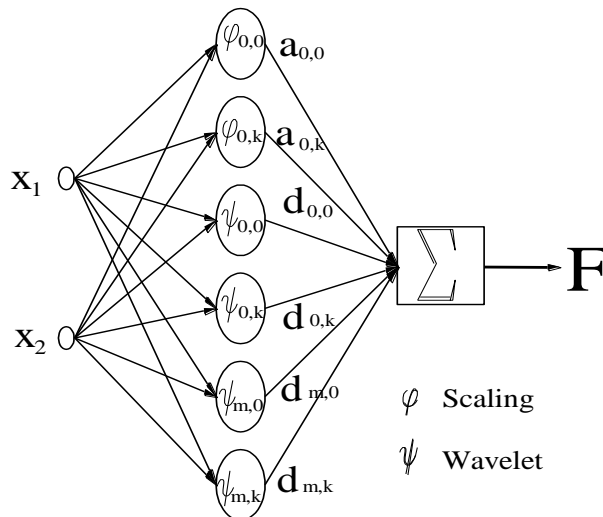
که:

$$\mathbf{F}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^*(x_1) \\ \mathbf{F}^*(x_2) \\ \vdots \\ \mathbf{F}^*(x_n) \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \theta_1(x_1) & \cdots & \theta_k(x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_1(x_n) & \cdots & \theta_k(x_n) \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_k \end{bmatrix} \quad (15)$$

و حل معادله (۱۴) به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{C} = ((\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T) \mathbf{F}^* = \mathbf{A}^+ \mathbf{F}^* \quad (16)$$

از آنجایی که ممکن است ماتریس  $\mathbf{A}$  مربعی نباشد برای بدست آوردن بردار  $\mathbf{C}$  از  $\mathbf{A}^+$  که شبه معکوس ماتریس  $\mathbf{A}$  است، استفاده می‌شود. با استفاده از رابطه (۱۶)، ضرائب به سرعت و بدون استفاده از یک روش تکراری، محاسبه می‌گردند. شکل (۳) ساختار شبکه موجکی را نشان می‌دهد.



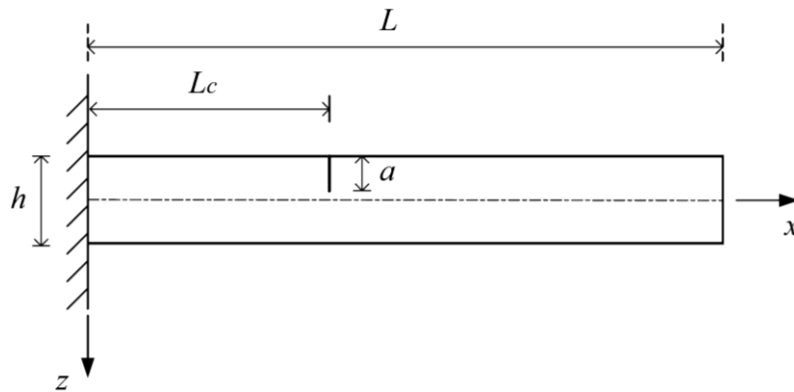
شکل ۳- ساختار یک شبکه عصبی موجکی

از مزایای شبکه عصبی موجکی، بکارگیری آسان این شبکه و افزایش سرعت آموزش شبکه، بدلیل استفاده از الگوریتم غیر تکرار شونده در ساختار آن می‌باشد.

### نتایج و بحث

برای نشان دادن کارایی شبکه عصبی موجکی، یک مثال عددی جهت شناسایی ترک در تیر یکسردرگیری با طول  $L = 500\text{mm}$  و ارتفاع  $h = 25\text{mm}$  که دارای یک ترک لبه- باز می‌باشد، ارائه می‌گردد (شکل ۴). مدول الاستیک، ضریب پواسون و چگالی ماده به ترتیب  $E = 70\text{GPa}$ ،  $\nu = 0.3$  و  $\rho = 2780\text{kg/m}^3$  است.





شکل ۴- هندسه تیر با یک ترک لبه - باز

$L_c$  و  $a$  به ترتیب بیانگر مکان و عمق ترک می‌باشند که به عنوان پارامترهای مجهول، محاسبه می‌گردند. بعد از آموزش شبکه‌های عصبی، خطای میانگین محاسبه شده برای داده‌های حاصل از آموزش شبکه و داده‌های ارائه شده به شبکه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

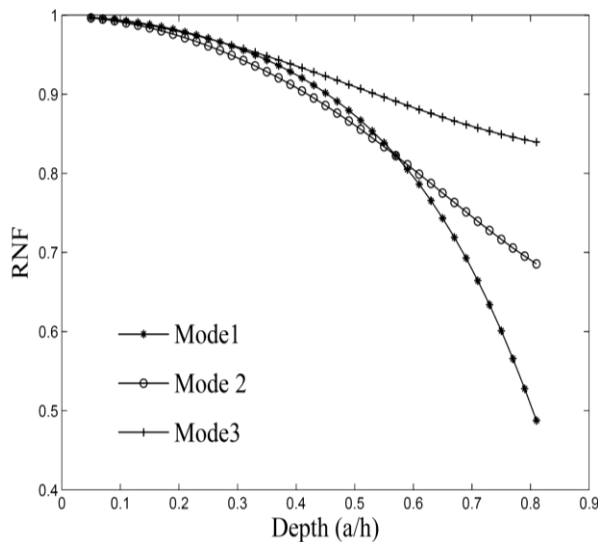
$$Er_{loc} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left| \frac{l_{est} - l_{exact}}{l_{exact}} \right| \times 100 \quad (17)$$

$$Er_{size} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left| \frac{a_{est} - a_{exact}}{a_{exact}} \right| \times 100$$

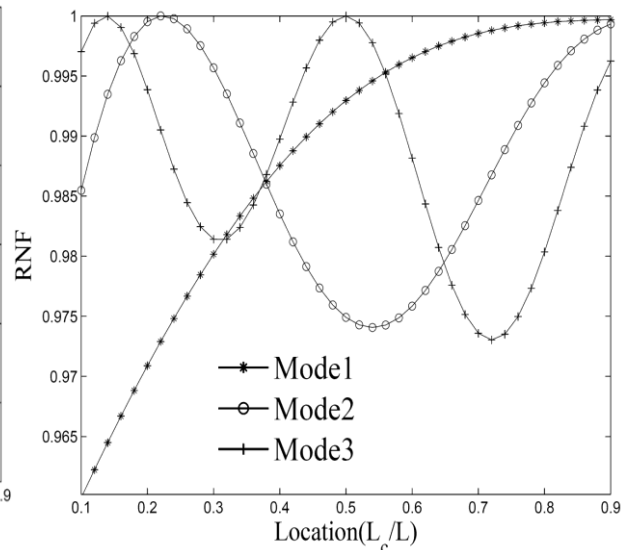
$Er_{size}$  و  $Er_{loc}$  به ترتیب مقادیر خطای مکان و عمق تخمین زده شده ترک می‌باشند.  $m$  تعداد داده‌های ارائه شده به شبکه است.  $l_{est}$ ,  $a_{est}$ ,  $l_{exact}$  و  $a_{exact}$  به ترتیب مکان و عمق تخمین زده شده و دقیق هستند. جهت بررسی دقت نتایج بدست آمده از رگرسیون نیز استفاده شده است. رگرسیون بین پارامترهای (مکان و عمق) واقعی و تخمین زده شده از شبکه انجام شده است. ضریب وابستگی در حقیقت معیاری برای بررسی دقت نتایج است که از معادله زیر محاسبه می‌شود (Giri et al., 2008):

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (18)$$

که  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  به ترتیب میانگین مقادیر داده‌های  $x_i$  و  $y_i$  هستند. شکل‌های (۵) و (۶) به ترتیب تغییرات نسبت فرکانس تیر ترک‌دار به تیر سالم (RNF) را برای  $\frac{a}{h} = 0.2$  و  $\frac{L_c}{L} = 0.4$  نشان می‌دهند.



شکل ۶- تغییرات نسبت فرکانس طبیعی تیر ترک‌دار به سالم برای عمق‌های مختلف ترک

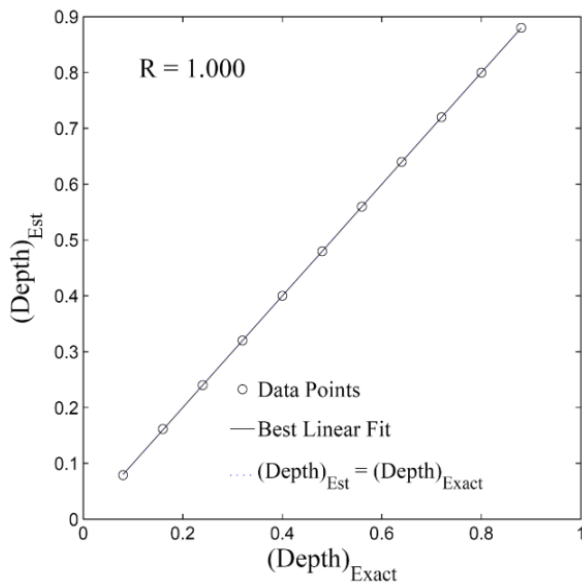


شکل ۵- تغییرات نسبت فرکانس طبیعی تیر ترک‌دار به سالم برای مکان‌های مختلف ترک

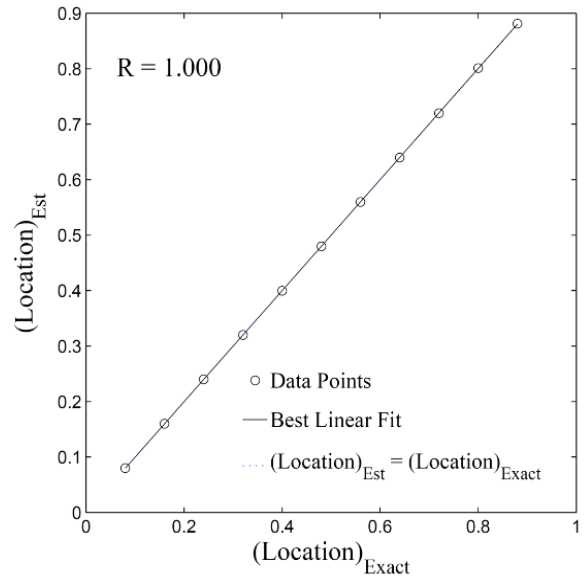
در این مثال، شناسایی ترک برای سه حالت مختلف انجام شده است. در حالت اول و دوم، تنها یک پارامتر مجهول است، یعنی مکان یا عمق ترک مجهول در نظر گرفته شده است. برای تعیین مکان ترک در حالت اول، در هر تحلیل یک ترک با عمق 15 mm و مکان‌های دلخواه در امتداد طول تیر انتخاب می‌شود. به طور مشابه، جهت شناسایی عمق ترک در حالت دوم، در هر تحلیل یک ترک با مکان 200 mm و عمق‌های دلخواه در راستای ارتفاع تیر در نظر گرفته می‌شود. نهایتاً در حالت سوم، دو پارامتر مکان و عمق ترک به عنوان مجهول در نظر گرفته شده‌اند. در این حالت ۵۷۲ ترک در ۲۲ مکان و ۲۶ عمق مختلف اختیار گردیده است. داده‌های ورودی به شبکه جهت تعیین ترک، سه فرکانس اول خمشی هستند. جدول (۱) نتایج بدست آمده از شبکه عصبی موجکی را نشان می‌دهد. شکل‌های (۷) و (۸) به ترتیب، تحلیل رگرسیون را برای حالت‌های یک (مکان ترک) و دو (عمق ترک) نشان می‌دهند. مقدار تخمین زده شده (حاصل از شبکه) روی محور عمودی و مقدار دقیق (ارائه شده به شبکه) روی محور افقی می‌باشند. شکل (۹) و (۱۰) تحلیل رگرسیون را برای حالتی که هر دو پارامتر مکان و عمق ترک مجهول هستند نشان می‌دهند.

جدول ۱- نتایج حاصل از شبکه عصبی موجکی

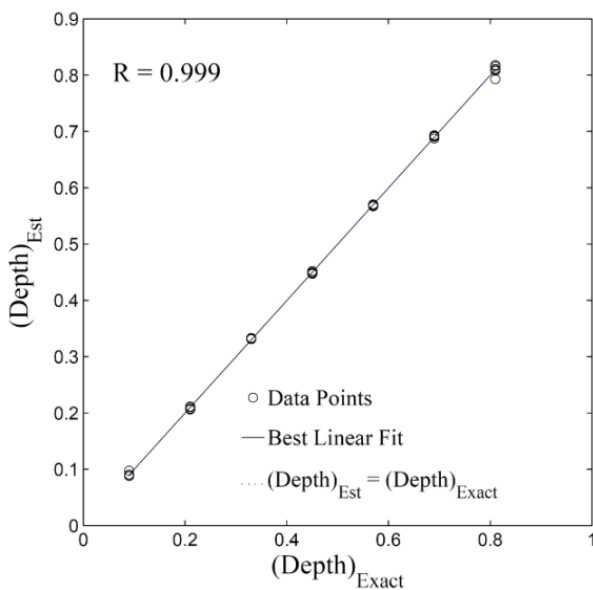
خروجی	پارامترهای ورودی	$Er_{loc}$ (داده‌های آزمایشی)	$Er_{size}$ (داده‌های آزمایشی)
مکان	RNF	0.9344	-
عمق	RNF	-	0.8321
مکان و عمق	RNF	2.3571	3.8321



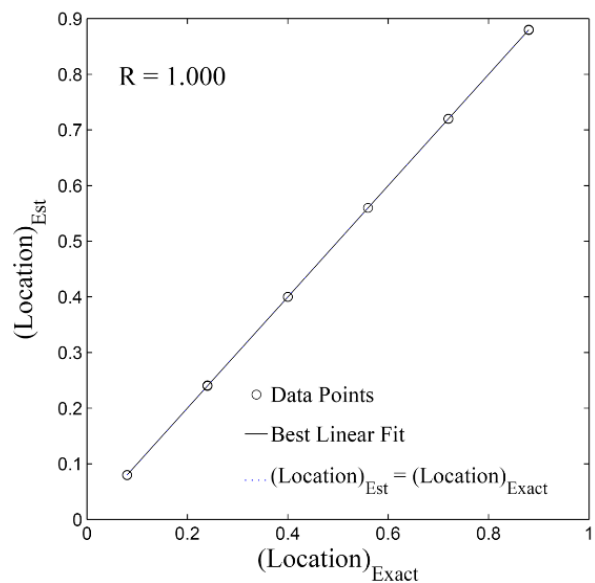
شکل ۸- تحلیل رگرسیون عمق تخمین زده شده و دقیق، برای داده‌های آزمایشی - حالت دوم



شکل ۷- تحلیل رگرسیون مکان تخمین زده شده و دقیق، برای داده‌های آزمایشی - حالت اول

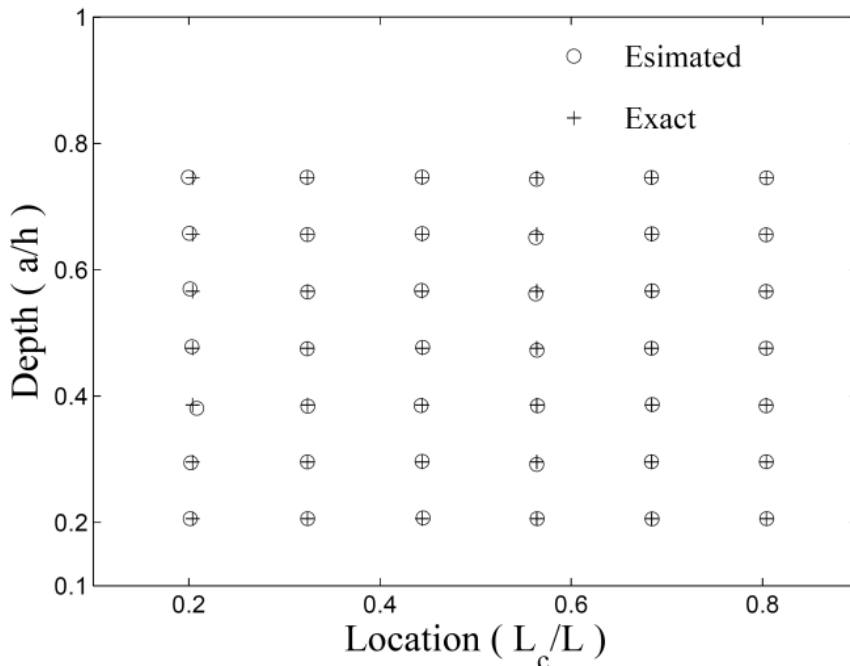


شکل ۱۰- تحلیل رگرسیون عمق تخمین زده شده و دقیق، برای داده‌های آزمایشی - حالت سوم



شکل ۹- تحلیل رگرسیون مکان تخمین زده شده و دقیق، برای داده‌های آزمایشی - حالت سوم

شکل (۱۱) برای درک بهتر، نتایج مربوط به شناسایی هر دو پارامتر مکان و عمق را نشان می‌دهد.



شکل ۱۱- شناسایی ترک - حالت سوم

جهت ارزیابی عملکرد شبکه عصبی ارائه شده، نتایج حاصل از این شبکه با دو شبکه عصبی معروف، یعنی شبکه عصبی انتشاربرگشتی و تابع با مبنای شعاعی، مقایسه می‌گردد. جدول (۲) نتایج حاصل از سه شبکه عصبی را نشان می‌دهد. برای آموزش شبکه عصبی انتشاربرگشتی، دو معماری مختلف در نظر گرفته شده است که به ترتیب شبکه دارای دو و سه لایه با تعداد ۱۵-۲۰ و ۱۵-۱۸-۱۵ نرون در هر لایه می‌باشند. برای آموزش هر دو شبکه انتشاربرگشتی، تابع انتقال سیگموئیدی و الگوریتم بهینه‌سازی لونیبرگ - مارکواریت<sup>۱</sup> بکار برده شده‌اند. در طراحی شبکه عصبی موجکی از تابع موجک گوسی استفاده شده و نتایج در وضوح دوم بدست آمده‌اند.

جدول ۲- نتایج حاصل از شبکه‌های عصبی - حالت سوم

نوع شبکه	$Er_{loc}$ (داده‌های آزمایشی)	$Er_{size}$ (داده‌های آزمایشی)
تابع با مبنای شعاعی	3.0713	5.0826
انتشاربرگشتی (دو لایه)	2.2510	3.3229
انتشاربرگشتی (سه لایه)	2.0712	2.8596
موجکی	2.3571	3.8321

همانطور که در جدول (۲) دیده می‌شود، دقت شبکه عصبی موجکی از شبکه عصبی تابع با مبنای شعاعی بهتر است.

1. Levenberg-Marquardt



دقت شبکه عصبی انتشار برگشتی در مقایسه با شبکه عصبی موجکی هم‌مرتب‌ه بوده و آنچنان تفاوتی ندارد اما زمان آموزش شبکه عصبی موجکی به طور قابل ملاحظه‌ای کم است. به دلیل اینکه الگوریتم مورد استفاده در شبکه عصبی موجکی غیر تکراری است بنابراین زمان آموزش نسبت به شبکه عصبی انتشار برگشتی خیلی کمتر است. این موضوع در کاربردهای عملی زمان حقیقی<sup>۱</sup> از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برای مثال زمان آموزش برای حالتی که هر دو پارامتر مکان و عمق ترک مجهول هستند با کامپیوتری با مشخصات "Dual CPU 2.00 GHZ, RAM 1.00GB"، برای شبکه‌های عصبی موجکی و انتشار برگشتی به ترتیب ۱۵/۱۵ و ۱۱/۳۲ ثانیه می‌باشد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند کارایی روش پیشنهادی برای شناسایی ترک خوب است.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله از شبکه عصبی موجکی به عنوان روش معکوس، جهت شناسایی ترک در تیر تیموشنکو استفاده شد. با استفاده از روش تحلیلی، فرکانس‌های طبیعی تیر محاسبه گردید که به عنوان داده‌های مورد نیاز برای آموزش شبکه عصبی بکار برده شد. الگوریتم مورد استفاده در شبکه عصبی پیشنهاد شده، غیر تکراری است. بنابراین دارای سرعت بالاتری نسبت به شبکه‌های عصبی متداول است. با توجه به نتایج بدست آمده برای شناسایی ترک، درصد خطا با استفاده از شبکه عصبی موجکی پیشنهادی، کمتر از پنج درصد بود. بنابراین روش پیشنهادی در این مقاله از دقت مناسب و سرعت بالا برخوردار است.

### منابع و مأخذ

۱. اختراعی، ح. رضائی فریمانی، م. صادقیان، م. ۱۳۸۶. تحلیل ارتعاشات تیر تیموشنکو دارای ترک باز لبه‌ای، پانزدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک.
۲. بهزاد، م. حیدری، م. ابراهیمی، ع. ۱۳۸۸. مدل پیوسته برای ارتعاشات عرضی تیر ترکدار تیموشنکو، هفدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک.
۳. درویزه، م. نریمان زاده، ن. ملیحی دیزگاه، ع. جوادزاده، م. انصاری، ر. ۱۳۸۷. شناسایی ترک با تحلیل فرکانس‌های طبیعی سازه با استفاده از شبکه‌های عصبی نوع GMDH و سیستم عصبی-فازی ANFIS، مهندسی مکانیک جامدات، دوره ۱، شماره ۴، از صفحه ۶۳ تا صفحه ۷۵.
۴. رضائی، م. بانان نوجوانی، ع. ۱۳۹۱. بررسی تاثیر موقعیت ترک در ارتعاشات آزاد تیر ترکدار با تبدیل هیلبرت-هوانگ، بیستین همایش سالانه مهندسی مکانیک.
۵. رکیده، م. دردل، م. پاشایی، م. ه. ۱۳۹۰. تعیین موقعیت ترک در تیر ترکدار تیموشنکو با استفاده از رفتار ارتعاشی به کمک شبکه عصبی، نوزدهمین همایش سالانه مهندسی مکانیک.

1. Real time



۶. شفیع سرشنیزی، م. خاجی، ن. ۱۳۸۸. حل تحلیلی مسئله ردیابی ترک در یک تیر عمیق کنسولی، هشتمین کنگره بین‌المللی مهندسی عمران.

۷. طالبی، س. آریایی، ع. ۱۳۹۲. تحلیل ارتعاشی تیرهای دورانی باریک شونده و استفاده از الگوریتم ژنتیک برای تشخیص ترک در این تیرها، مهندسی مکانیک مدرس (فنی و مهندسی مدرس)، دوره ۱۳، شماره ۸، از صفحه ۱ تا صفحه ۱۳.

۸. کریمی، م. نظری، ف. ۱۳۹۰. بکارگیری شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک برای تشخیص ترک تیر، نشریه علمی-پژوهشی ره‌آورد پژوهش نگهداری و تعمیرات، شماره ۱، صفحه ۳۱-۳۹.

۹. لیب زاده، م. فولادقدم، ی. غفوری، ح. ر. ۱۳۹۱. آنالیز موجک و آسیب در سازه‌ها، نهمین کنگره بین‌المللی مهندسی عمران.

۱۰. نعمت‌اللهی، م. الف. همتیان، م. ر. معین‌فر، م. شهپری، ز. ۱۳۸۷. شناسایی ترک با اندازه‌گیری فرکانس‌های طبیعی و به کمک شبکه‌های عصبی، شانزدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک.

11. Amer Eissa, A. H. & Gomaa, F. R. 2007. Prediction of Fracture of Eggshell Using Operational Modal Analysis. Eng. Res. J., Minoufiya University, Vol. 30, No. 1, pp. 77-88.
12. Bakshi, B. R. & Stephanopoulos, G. 1993. Wave-Net: A Multiresolution, Hierarchical Neural Network with Localised Learning. J. Aiche., Vol. 39, No. pp. 57-81.
13. Cho, H. K. Choi, W. K & Paek, J. H. 2000. Detection of Surface in Shell Eggs by Acoustic Impulse Method. Trans. ASAE, Vol. 43, No. 6, pp. 1921-1926.
14. Daubechies, I. 1992. Ten Lectures on Wavelets, SIAM, Philadelphia, Pennsylvania.
15. Dimarogonas, A. D. 1996. Vibration of Cracked Structures: A State of the Art Review. Eng. Fract. Mech., Vol. 55, No. 5, pp. 831-857.
16. Dimarogonas, A. D. 1976. Vibration engineering. St. Paul, Minnesota, West Publishers.
17. Giri, P. K. & Banerjee, J. 2008. Introduction to Statistics, Sixth edition, Academic publishers, kolkata, India.
18. Khaji, N. Shafiei, M. & Jalalpour, M. 2009. Closed-Form Solutions for Crack Detection Problem of Timoshenko Beams with Various Boundary Conditions. Int. J. Mech. Sci, Vol. 51, No. , pp. 667-681.
19. Khiem, N. T. & Lien, T. V. 2004. Multi-Crack Detection for Beam by the Natural Frequencies. J. Sound Vib., Vol. 273, No. 3, pp. 175-184.
20. Kisa, M. & Gurel, M. A. 2006. Modal Analysis of Multi-Cracked Beams with Circular Cross Section. Eng. Fract. Mech., Vol. 73, No. 8, pp. 963-977.
21. Lee, J. 2010. Identification of a Crack in a Beam by the Boundary Element Method. J. Mech. Sci. Technol., Vol. 24, No. 3, pp. 801-804.
22. Li, H. He, C. Ji, J. Wang, H. & Hao, C. 2005. Crack Damage Detection in Beam-Like Structures Using rbf Neural Networks with Experimental Validation. Int. J. Innov. Comput. I., Vol. 1, No. 4, pp. 625-634.



23. Li, P. Wang, Q. Zhang, Q. Cao, S. Liu, Y. & Zhu, T. 2012. Non-destructive Detection on the Egg Crack Based on Wavelet Transform. International Conference on Future Computer Supported Education. Vol. 2, pp. 372,382.
24. Mallat, S. G. 1989. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation. IEEE T. Pattern. Anal., Vol. 11, No. 7, pp. 674 – 693.
25. Mehrjoo, M. Khaji, N. Moharrami, H. & Bahreininejad, A. 2008. Damage Detection of Truss Bridge Joints Using Artificial Neural Networks. Expert. Syst. Appl., Vol.35, No. 3, pp. 1122-1131.
26. Moncayo, H. Marulanda, J. & Thomson, P. 2010. Identification and Monitoring of Modal Parameters in Aircraft Structures Using the Natural Excitation Technique (NEXT) Combined with the Eigen System Realization Algorithm (ERA). J. Aerospace. Eng., Vol. 23, No.2, pp. 99-104.
27. Narkis, Y. 1994. Identification of Crack Location in Vibrating Simply Supported Beams. J. Sound Vib., Vol. 172, No. 4, pp. 549-558.
28. Nematollahi, M. A. Farid, M. Hematiyan, M. R. & Safavi, A. A. 2012. Crack Detection In Beam-Like Structures Using A Wavelet-Based Neural Network. Part G; J. Aerospace. Eng., Vol. 226, No. 10, pp. 1243-1245.
29. Oberholster, A. J. & Heyns, P. S. 2006. On-Line Fan Blade Damage Detection Using Neural Networks. Mech. Syst. Signal. Pr., Vol. 20, No. 1, pp. 78-93.
30. Rizos, P. F. Aspragathos, N. & Dimarogonas, A. D. 1990. Identification of Crack Location and Magnitude in a Cantilever Beam from the Vibration Modes. J. Sound Vib., Vol. 138, No. 3, pp. 381-388.
31. Sahin, M. & Sheno, R. A. 2003. Quantification and Localisation of Damage in Beam-Like Structures by Using Artificial Neural Networks with Experimental Validation. Eng. Struct., Vol. 25, No. 14, pp. 1785-1802.
32. Sekhar, A. S. 1999. Vibration Characteristics of a Cracked Rotor with Two Open Cracks. J. Sound Vib., Vol. 223, No. 4, pp. 497-512.
33. Tada, H. 1973. The Stress Analysis of Cracks Handbook. Del. Res. Corp. Hellertown, Pennsylvania, USA.
34. Taghi, M. Baghmisheh, V. Peimani, M. Homayoun Sadeghi, M. & Etefagh, M. M. 2008. Crack Detection in Beam-Like Structures Using Genetic Algorithms. Appl. Soft. Comput., Vol. 8, No. 2, pp. 1150-1160.
35. Thalapil, J. & Maiti, S. K. 2014. Detection of longitudinal cracks in long and short beams using changes in natural frequencies. Int. J. Mech. Sci, Vol. 83, pp. 38-47.
36. Thomson, W. J. 1943. Vibration of Slender Bars with Discontinuities in Stiffness. J. Appl. Mech., Vol. 17, No. 2, pp. 203-207.
37. Timoshenko, S. P. 1921. On the Correction for Shear of the Differential Equation for Transverse Vibrations of Prismatic Bars. Philosophical Magazine Series 6, Vol. 41, No. 245, pp. 744-746.
38. Timoshenko, S. P. 1922. On the Transverse Vibrations of Bars of Uniform Cross Section. Philosophical Magazine Series 6, Vol. 43, No. 253, pp. 125-131.
39. Yu, T. Yang, Y. Han, Q. Yao, H. & Wen, B. 2007. ANN-Based Crack Identification in Rotor System with Multi-Crack in Shaft. Key Eng. Mat., Vol. 353-358, No. 4, pp. 2463-2466.



نهمین کنگره ملی مهندسی ماشین‌های کشاورزی

(مکانیک بیوسیستم) و مکانیزاسیون

پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

۲ و ۳ اردیبهشت ۱۳۹۴ - کرج



40. Yuen, M. M. F. 1985. A Numerical Study of the Eigen Parameters of a Damaged Cantilever. J. Sound Vib., Vol. 103, No. 3, pp. 301-310.
41. Yun, C. B. Yi, J. H. & Bahng, E. Y. 2001. Joint Damage Assessment of Framed Structures Using a Neural Networks Technique. Eng. Struct., Vol. 23, No. 5, pp. 425-435.





نهمین کنگره ملی مهندسی ماشین‌های کشاورزی

(مکانیک بیوسیستم) و مکانیزاسیون

پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

۲ و ۳ اردیبهشت ۱۳۹۴ - کرج



## Crack location and depth identification in Timoshenko beam using wavelet-based neural network

### Abstract

Identification of a crack is a solution of an inverse problem and deals with the determination of location and depth of the crack. The natural frequencies and mode shapes of a structure change due to existence of the crack. In this paper, the crack is modeled as a massless rotational spring. Using the Timoshenko beam theory and applying the effect of the crack in the beam governing equation, the natural frequencies of the beam are computed. In this paper, an inverse method as a nondestructive method, is presented for crack identification in the Timoshenko beam, using a new neural network. This network is designed based on the wavelet functions (Wave-net). The algorithm used in the training of the Wave-net is non-iterative; therefore, it is fast in the network training. The necessary input data for training the Wave-net are the natural frequencies of the beam, which are computed from analytical analysis. In this paper, crack identification is carried out for three cases. In the first and second cases, only the location or the depth of the crack is considered to be unknown. In the third case, the unknown parameters are both location and size. The obtained results show that error is less than 5 percent for crack detection using proposed Wave-net. Therefore the recommended method has high precision and effectiveness.

**Keywords:** Crack identification, Timoshenko beam, Neural network, Wavelet, Inverse analysis