



مدل‌سازی نسبت وابسته به زمان پواسون در وارهدگی تنش مواد بیولوژیکی بواسطه‌ی نانو فروروی ویسکوالاستیک

حسین اشرفی^۱، مهدی کسرای^۲

۱ و ۲ - به ترتیب دانشجو دکترا و استادیار بخش مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز
ashrafi@shirazu.ac.ir

چکیده - اکثر مواد بیولوژیکی و غذایی دارای رفتار وابسته به زمان ویسکوالاستیک ذاتی هستند که تعیین دقیق این خواص ویسکوالاستیک همواره یکی از مباحث اساسی در مهندسی بیولوژیکی بوده است. از این رو، پارامترهای پواسون در جامدات ویسکوالاستیک به صورت کلی یا کمیت‌هایی وابسته به زمان و یا وابسته به فرکانس می‌باشند. میدان‌های سه بعدی تنش را در عمل وابسته به نسبت پواسون می‌دانیم. یک نسبت پواسون وابسته به زمان در مواد ویسکوالاستیک متناسب با تنش‌ها و تغییر شکل‌های وابسته به زمان خواهد بود و در نتیجه فاکتورهای تمرکز تنش و تنش‌های میانجی نیز وابسته به زمان و فرکانس می‌باشند. در این مطالعه، رهیافت‌های اندازه‌گیری خواص وارهدگی بافت‌های بیولوژیکی ویسکوالاستیک با استفاده‌ی مستقیم از روش فروروی نانو تحت آهنگ جابجایی ثابت ارائه شده‌اند. یک رهیافت ریاضی کاربردی به منظور مدل‌سازی نسبت وابسته به زمان پواسون بافت‌های مواد بیولوژیکی در وارهدگی تنشی مورد استفاده قرار گرفته است. برای توصیف معادلات متشکله رئولوژیکی مواد بیولوژیکی نیز از مدل ویچرت تعمیم یافته استفاده گردید. نسبت وابسته به زمان پواسون برای دو ماده بیولوژیکی متفاوت توسط این تکنولوژی نوین و رهیافت‌های تحلیلی با موفقیت تعیین گردیدند.

کلمات کلیدی - خواص رئولوژیکی، وارهدگی تنش، پارامتر پواسون، مواد ویسکوالاستیک، نانو فروروی

۱. مقدمه

با افزایش استفاده از ساختارهای بسیار کوچک، مواد هدفمند، نانو کامپوزیت‌ها، نانو مواد بیولوژیکی و سایر مواد نامتجانس در شاخه‌های مختلف علوم مهندسی همانند الکترونیک، مکانیک، کشاورزی، بیولوژیکی و پزشکی، ارزیابی دقیق تنش و تغییر شکل آن‌ها مورد نیاز می‌باشد. نانو بیوتکنولوژی یکی از شاخه‌های پژوهشی جدید در علوم کشاورزی می‌باشد که اکثر پیشرفت‌های اخیر در نانو تکنولوژی نیز به حیطه‌ی بیولوژی معطوف شده‌اند. اکثر مواد بیولوژیکی در کشاورزی رفتاری ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهند و تعیین دقیق خواص ویسکوالاستیک آن‌ها همواره یکی از مباحث اساسی مهندسان بیولوژیکی می‌باشد. اندازه‌گیری و تعیین خصوصیات مکانیکی مواد از اهمیت ویژه‌ای در تحلیل‌های تنش و کرنشی برخوردار است. آزمایش‌های فشاری و کششی متداول را نمی‌توان به آسانی برای اندازه‌گیری خواص وارهدگی (Relaxation) و پارامتر پواسون (Poisson's Ratio) مواد بیولوژیکی

ویسکوالاستیک، فیلم‌های نازک بیولوژیکی، بیومواد هدفمند، نانو کامپوزیت‌ها و دیگر بافت‌های نامتجانس بیولوژیکی بکار برد. گذشته از آن، اندازه‌گیری مدول وارهیدگی برخی مواد بیولوژیکی کشاورزی به دلیل ساختار بافتی و مشخصه‌های وضعیتی با روش‌های متداول خطای بالایی ایجاد می‌کند (Mohsenin, 1986; Rosenthal, 1999). در سال‌های اخیر، روش فروروی نانو به عنوان یک روش مناسب برای اندازه‌گیری خواص موضعی مواد ویسکوالاستیک در مقیاس‌های کوچک میکرو و نانو شناخته شده است. این روش مدرن برای تعیین مدول الاستیسیته، سختی، مقاومت تسلیم مواد پلاستیک، نسبت سخت شونده‌گی کرنشی و پارامترهای شکست برخی از مواد و بافت‌های الاستیک بکار رفته است (Oliver and Pharr, 1992; Doerner and Nix, 1992; Nix, 1997). نسبت پواسون ظاهری تعدادی ماده غذایی در سطوح کرنش‌های متغیبت توسط رهم و همکارانش (Rohm et al., 1997) مورد ارزیابی قرار گرفت. چنگ و همکارانش (Cheng et al., 2000) رهیافت‌های حل تحلیلی را برای تغییر شکل‌های ویسکوالاستیک خطی تحت فروروی با پانچ ساده استخراج نمودند که در نتیجه آن‌ها روشی را برای اندازه‌گیری خواص ویسکوالاستیک توصیف شده با مدل‌های سه‌المانی بدست آوردند. لو و همکارانش (Lu et al., 2003) هم روش‌هایی را برای اندازه‌گیری توابع ویسکوالاستیک خزشی دو نوع پلیمر متفاوت در دامنه‌های زمانی تحت دو تاریخچه بارگذاری توسعه دادند که نتایج آن‌ها هماهنگی مناسبی را با داده‌های مرسوم داشتند.

هوانگ و همکارانش (Huang et al., 2004) نیز موفق به ارائه‌ی رهیافتی برای اندازه‌گیری توابع ویسکوالاستیک اساسی در دامنه‌ی فرکانسی شدند. ادگارد و همکارانش (Odegard et al., 2005) رفتار دینامیکی ویسکوالاستیک برخی پلیمرهای کاربردی را در دامنه‌ها و فرکانس‌های مختلف تحت بارگذاری‌های هارمونیک مورد بررسی قرار دادند. هوانگ و لو (Huang and Lu, 2006) یک روش مناسب را برای اندازه‌گیری توابع وارهیدگی پلیمرها با استفاده مستقیم از فروروی نانو ارائه کردند. آن‌ها برای تمام مواد مورد آزمایش با استفاده از فرورونده‌های کروی و برکویچ به توافق مناسبی بین داده‌های فروروی نانو و مرسوم رسیدند. اهمیت اندازه‌گیری خواص مکانیکی بیومواد با روش نانو فروروی توسط ابنستین و پرویت (Ebenstein and Pruitt, 2006) بیان گردید که در آن، انطباق‌های مورد نیاز برای استفاده از این روش در مواد بیولوژیکی نیز ارائه شدند. در کار دیگری، هوانگ و لو (Huang and Lu, 2007) روش ریاضی را برای اندازه‌گیری دو تابع ویسکوالاستیک مستقل در وارهیدگی اتساعی و برشی با استفاده از فرورونده‌های مخروطی برکویچ و کروی متقارن محوری برای انواع پلیمرهای حجمی و سطحی توسعه دادند. اشرفی و کسرابی (Ashrafi and Kasraei, 2008 & 2010) با بهره‌گیری از تئوری‌های مکانیک تماس ویسکوالاستیک و استفاده از روش نانو فروروی، خواص ویسکوالاستیک برخی بافت‌های بیولوژیکی از قبیل بیوپلیمرها و استخوان‌ها را مورد ارزیابی قرار دادند. صدر و همکارانش (Sadr et al., 2009) نیز خواص مکانیکی و عملکرد بیومواد چسبنده را پیش‌بینی کردند که در آن کار، خواص ویسکوالاستیک خطی لایه‌های چسبنده با یک رهیافت نانو فروروی جدید در قالب مدل کلون تعمیم یافته توصیف گردید.

در این مطالعه، رهیافت‌های اندازه‌گیری خواص وارهیدگی بافت‌های بیولوژیکی ویسکوالاستیک با استفاده‌ی مستقیم از روش فروروی نانو تحت آهنگ جابجایی ثابت ارائه شده اند. تعیین نسبت وابسته به زمان پواسون به عنوان یکی از خواص مکانیکی مهم بافت‌های بیولوژیکی، مقاوم در مقابل آسیب‌های مکانیکی ناشی از بارگذاری شبه استاتیکی و رفتار متتجه نیرو - جابجایی مواد غذایی، میوه‌ها و غلات و تولیدات مصنوعی غذایی و باغی هدف اصلی در این

مقاله بوده است. ابتدا معادلات اساسی مورد نیاز برای محاسبه‌ی خواص وارهیدگی فیلم‌های بیولوژیکی با استفاده از فرورونده‌های مخروطی استخراج شده‌اند و در ادامه نیز کاربردهای آن‌ها برای تعیین خواص ویسکوالاستیک دو ماده بیولوژیکی متفاوت بیان شده‌اند. یک رهیافت ریاضی کاربردی به منظور مدل‌سازی نسبت وابسته به زمان پواسون در وارهیدگی تنشی بافت‌های مواد بیولوژیکی مورد استفاده قرار گرفته است. برای توصیف معادلات متشکله رئولوژیکی مواد بیولوژیکی نیز از یک مدل ویچرت تعمیم یافته استفاده گردید. این روش مدرن به خوبی قابلیت استفاده برای اندازه‌گیری خواص مکانیکی بافت‌های نامتجانس بیولوژیکی را دارا می‌باشد.

۲. توصیف وارهیدگی تنشی در مدل‌سازی نانو فروری

نحوه‌ی استخراج معادلات وارهیدگی بافت‌های ویسکوالاستیک تحت فروری نانو با نرخ جابجایی ثابت توسط یک فرورونده‌ی مخروطی برکویچ در این بخش بیان شده است. نانو فرورونده‌های با نوک الماسی برکویچ دارای زاویه‌ی نیم مخروطی ثابت $70/3$ درجه می‌باشند که سطح مقطع آن‌ها تابعی از عمق فروری است (Fischer-Cripps, 2002). در طی آزمایش‌های فروری نانو، یک فرورونده‌ی صلب تحت بار فروری (P) تا عمق (h) سطح بافت نمونه نفوذ می‌کند که در نتیجه، عمق به عنوان تابعی از زمان ثبت می‌گردد. بطور معمول هر فرآیند فروری نانو شامل سه فاز بارگذاری، ماندگاری و باربرداری می‌باشد.

سختی بافت‌های با رفتار الاستیک را می‌توان از فاز بارگذاری فروری نانو به صورت زیر بدست آورد:

$$H = P_{\max} / A_c \quad (1)$$

که A_c بیانگر تصویر افقی ناحیه تماس و P_{\max} هم بیشینه‌ی بار اعمالی می‌باشد. مدول الاستیسیته مرکب بافت‌های با رفتار الاستیک یا الاستوپلاستیک از رابطه‌ی بین A_c و شیب ابتدایی منحنی باربرداری در h_{\max} یا به عبارت دیگر (S) بدست می‌آید:

$$E^* = \frac{\sqrt{\pi}}{2\beta} \frac{S}{\sqrt{A_c}} \quad (2)$$

که β فاکتور تصحیح شکل فرورونده است و برابر مقدار ثابت $1/0.7$ می‌باشد (Fischer-Cripps, 2002). اکنون مدول الاستیسیته بافت نمونه را می‌توان با استفاده از مدول مرکب (E^*)، مدول فرورونده (E_i) و ضرایب پواسون نمونه (ν) و فرورونده (ν_i) محاسبه نمود:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_i^2}{E_i} \quad (3)$$

اسندن (Sneddon, 1965) رابطه‌ی بار - جابجایی ($P-h$) زیر را برای یک فرورونده‌ی مخروطی صلب تحت فروری در یک لایه‌ی متجانس ایزوتروپیک و الاستیک خطی گسترش داد:

$$P = \frac{2}{\pi(1-\nu^2)} E h^2 \tan \alpha \quad (4)$$

که α زاویه‌ی بین سطح لایه‌ی مورد نظر با مولد فرورونده‌ی مخروطی می‌باشد. مطالعات نظری تماس در مواد

ویسکوالاستیک از دهه‌ی ۱۹۶۰ میلادی با تحقیقات لی و رادوک (Lee and Radok, 1960)، یانگ (Yang, 1966) و تینگ (Ting, 1966) آغاز شدند. معادلات متشکله‌ی رئولوژیکی در مواد ویسکوالاستیک بطور ذاتی نه تنها شامل تنش و کرنش خواهند بود، بلکه نرخ و آهنگ تغییرات تنش و کرنش نیز در آن‌ها وجود خواهند داشت (Christensen, 1982; Athanasiou and Natoli, 2008). برای تحلیل مسائل تماسی ویسکوالاستیک می‌توان با استفاده از قضیه‌ی تناظر از حل مسائل تماسی الاستیک استفاده نمود با این فرض که شرایط مرزی جابجایی با زمان تغییر نکنند. در مسائل تماسی بین بافت‌های ویسکوالاستیک با فرورونده‌های مخروطی، ناحیه‌ی میانجی تماس بین لایه‌ی مورد آزمایش و فرورونده با زمان تغییر می‌کند و دیگر چنین مسائل زمان متغیری با استفاده مستقیم از قضیه‌ی تناظر قابل حل نیستند. لی و رادوک (Lee and Radok, 1960) رهیافت مناسبی را برای حل این نوع مسائل با معرفی یک عامل انتگرالی هرديتاری (Hereditary) برای مواقعی که ناحیه تماس فروروی با گذر زمان تغییر نمی‌کند، عرضه نمودند. تینگ (Ting, 1966) رهیافت کامل‌تری را برای تحلیل مسائل تماس ویسکوالاستیک قابل اعمال برای هر نوع تاریخچه دلخواه زمانی از ناحیه تماس ارائه نمود.

رابطه‌ی بار-جابجایی تماسی زیر را می‌توان بر اساس تئوری تماسی اسندن و با اعمال قضیه‌ی تناظر به معادله‌ی الاستیک (۴) و با بهره‌گیری از رهیافت لی و رادوک برای یک نمونه بافت ویسکوالاستیک خطی متجانس و ایزوتروپیک با ضریب پواسون ثابت ν با انطباق برای فروروی نانو بیان نمود:

$$P(t) = \frac{2}{\pi(1-\nu^2)\tan\alpha} \int_0^t E(t-\xi) \frac{dh^2(\xi)}{d\xi} d\xi \quad (5)$$

استفاده از آهنگ جابجایی ثابت می‌تواند منجر به عدم کاهش ناحیه‌ی تماس بین فرورونده و نمونه با زمان شود. معادله‌ی (۵) را با بهره‌گیری از فروروی با آهنگ جابجایی ثابت برای وارهدگی یعنی $(h(t) = V_0 t)$ ، به صورت زیر بازنویسی نموده ایم:

$$P(t) = \frac{4V_0^2}{\pi(1-\nu^2)\tan\alpha} \int_0^t E(t-\xi) \xi d\xi \quad (6)$$

که V_0 سرعت ثابت فروروی دستگاه می‌باشد.

سپس معادله‌ی (۶) را با اندکی تغییرات در جایگیری به صورت زیر نوشته ایم:

$$\int_0^t E(\xi)(t-\xi) d\xi = \frac{\pi(1-\nu^2)\tan\alpha}{4V_0^2} P(t) \quad (7)$$

با استفاده از این معادله و داده‌های بار-جابجایی ثبت شده در آزمایش فروروی می‌توان خواص وارهدگی را به عنوان تابعی از زمان بدست آورد. ولی به دلیل آنکه داده‌های بار-جابجایی برای نمونه در ابتدای تماس در عمق‌های کمتر از ۵۰ نانومتر، متناسب با محدودیت‌های سیستم و اثر فروروی اولیه دقیق نیستند، معادله‌ی (۵) را نمی‌توان برای جابجایی‌های کوچک استفاده نمود. همچنین به دلیل اینکه حل معادله‌ی انتگرالی (۷) نیازمند تکرار با یک تخمین اولیه در عمق‌های پایین و یا در زمان‌های کم می‌باشد، این معادله را برای تعیین توابع وارهدگی نمی‌توان توصیه نمود. در اینجا به ارائه‌ی دو رهیافت مؤثر برای غلبه بر محدودیت‌های محاسباتی موجود در عمق‌های پایین

می پردازیم. اولین روش، استفاده از قاعده دیفرانسیل گیری است که در آن از معادله ی (۷) نسبت به زمان مشتق گیری شده است:

$$\int_0^t E(\xi) d\xi = \frac{\pi(1-\nu^2) \tan \alpha}{4V_0^2} \frac{dP(t)}{dt} \quad (8)$$

با تکرار مشتق گیری از دو طرف معادله ی (۸) نسبت به زمان و سپس اعمال سرعت ($V_0 = h/t$)، معادله زیر حاصل شده است:

$$E(t) = \frac{\pi(1-\nu^2) \tan \alpha}{4} \frac{d^2P(t)}{dh^2} \quad (9)$$

این معادله به سادگی قابل استفاده است ولی به دلیل اینکه داده های بار - جابجایی حاصله از آزمایش نانو فروروی پراکنده اند، استفاده از این داده های خام برای تعیین مشتق می تواند ایجاد خطا کند. البته می توان خطای حاصل را با استفاده از یک روش برازش منحنی مناسب به منظور در قالب درآوری داده های فروروی نانو در توابع چند جمله ای یا نمایی و یا استفاده از تکنیک شبکه ی عصبی کاهش داد.

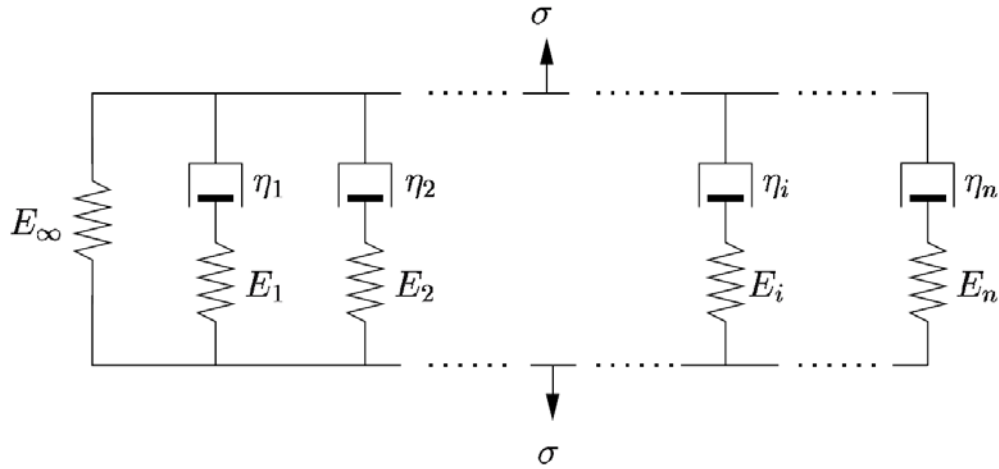
رهیافت دیگر با مورد نظر قرار دادن همبستگی بین داده های آزمایش فروروی نانو و معادله ی بار - جابجایی (۶) با بهره گیری از یک مدل ویسکوالاستیک مناسب برای آن بافت بیولوژیکی نمونه می باشد. رفتار متشکله ی بافت های بیولوژیکی را می توان در قالب مدل های ویسکوالاستیک بیان نمود. بر اساس ترکیب های متفاوتی از دو المان اساسی مستهلک کننده نیوتنی و فنر خطی می توان مدل های ویسکوالاستیک را طرح ریزی نمود.

یک مدل ساده از ترکیب فنر و مستهلک کننده به طور سری حاصل می شود ولی یک ماده بیولوژیکی واقعی تنها با یک زمان وارهیدگی که با این مدل قابل پیش بینی است، وارهیده نمی شود. از اینرو برای بیان رفتار طبیعی یک بافت ویسکوالاستیک بایستی توابع وارهیدگی را به صورت حاصل جمع یک سری عبارات نمایی کاهش با زمان با یک ترم الاستیک ثابت بیان نمود که این خواسته منجر به شکل گیری یک مدل ویسکوالاستیک جامع به نام مدل ویچرت تعمیم یافته شده است (Christensen, 1982; Athanasiou and Natoli, 2008, Del Nobile *et al.*, 2007). لذا، خواص رئولوژیکی وارهیدگی یک بافت بیولوژیکی ویسکوالاستیک را با توجه به مدل تعمیم یافته ی ویچرت (شکل ۱) به صورت زیر می توان بیان نمود:

$$E(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^N E_i e^{-\lambda_i t} \quad (10)$$

که E_i و E_∞ ضرایب وارهیدگی و λ_i هم معکوس زمان های وارهیدگی می باشند. در انتها با جایگذاری این رابطه در معادله ی (۶) و سپس اعمال رابطه ی $h = V_0 t$ ، معادله ی نهایی زیر برای تعیین خواص وارهیدگی یک بافت بیولوژیکی بدست آمده است:

$$P(t) = \frac{4}{\pi(1-\nu^2) \tan \alpha} \left(\frac{1}{2} E_\infty h^2 + \sum_{i=1}^N \left[\frac{E_i}{\lambda_i} \left(V_0 h - \frac{V_0^2}{\lambda_i} \right) + \frac{E_i}{\lambda_i} e^{-\frac{\lambda_i h}{V_0}} \right] \right) \quad (11)$$



شکل ۱- مدل رئولوژیکی ویچرت

پس از برازش معادله ی (۱۱) در منحنی متوسط بار- جابجایی حاصل از آزمایش های فروری نانو می توان ضرایب وارهدگی و معکوس زمان های وارهدگی را تعیین نمود و سپس با قرار دادن آنها در رابطه ی ماکسول (۱۰) خواص وارهدگی بافت مورد نظر را بدست آورد.

۳. توصیف نسبت وابسته به زمان پواسون در وارهدگی تشیی

به منظور استخراج پارامتر وابسته به زمان پواسون از یک مدل سازی ریاضیاتی در آزمایش کشش محوری برای یک پیکره ی الاستیک با مدول یانگ (E) و ضریب پواسون (ν) استفاده شده است. به این منظور، کرنش طولی متوجه در این پیکره عبارت است از:

$$\varepsilon_L = \sigma_L / E \quad (12)$$

کرنش جانبی پیکره نیز بر حسب ضریب پواسون عبارت است از:

$$\varepsilon_T = -\nu \varepsilon_L = -\nu \sigma_L / E \quad (13)$$

نسبت پواسون یک جامد الاستیک ایزوتروپیک را بر حسب مدول بالک (K) یا پذیرش بالک ($\kappa = 1/K$) به صورت زیر بیان می کنیم (Findley et al., 1976; Christensen, 1982):

$$\nu = \frac{1}{2} - \frac{E}{6K} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \kappa E \quad (14)$$

کرنش جانبی را با ترکیب معادلات (۱۳) و (۱۴) بازنویسی می کنیم:

$$\varepsilon_T = -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \kappa E\right) \varepsilon_L \quad (15)$$

رابطه ی بین کرنش ها و خواص مادی جامدات الاستیک را می توان با استفاده از قضیه ی تناظر به رابطه ی متناظر ویسکوالاستیک آنها تبدیل نمود. با اعمال قضیه تناظر به معادله (۱۵) داریم:

$$\bar{\varepsilon}_T(s) = -\left\langle \frac{1}{2} - \frac{1}{6}[s\bar{\kappa}(s)][s\bar{E}(s)] \right\rangle \bar{\varepsilon}_L(s) \quad (16)$$

پارامتر زیر را به منظور تبدیل معکوس مناسب‌تر معادله فوق با استفاده از قضیه کانولوشن (convolution theorem) تعریف می‌کنیم:

$$[s^2 \bar{E}(s)] \bar{\varepsilon}_L(s) = \bar{P}(s) \quad (17)$$

بنابراین حال معادله (16) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\bar{\varepsilon}_T(s) = -\frac{1}{2} \bar{\varepsilon}_L(s) + \frac{1}{6} [\bar{\kappa}(s)] [\bar{P}(s)] \quad (18)$$

معادله وابسته به زمان زیر برای کرنش‌های محوری با تبدیل معکوس گیری از رابطه (18) استخراج شده است:

$$\varepsilon_T(t) = -\frac{1}{2} \varepsilon_L(t) + \frac{1}{6} \int_0^t \kappa(t-\tau) P(\tau) d\tau \quad (19)$$

در جایی که

$$P(\tau) = \int_0^\tau E(\tau-\eta) \frac{d^2 \varepsilon_L(\eta)}{d\eta^2} d\eta \quad (20)$$

از معادله (17) با تبدیل معکوس تعیین شده است. سپس رابطه‌ی زیر را با جایگزینی معادله (20) در معادله (19) استخراج نموده‌ایم:

$$\varepsilon_T(t) = -\frac{1}{2} \varepsilon_L(t) + \frac{1}{6} \int_0^t \kappa(t-\tau) \int_0^\tau E(\tau-\eta) \frac{d^2 \varepsilon_L(\eta)}{d\eta^2} d\eta d\tau \quad (21)$$

کرنش طولی در فرآیند وارهدگی تنش‌ی مواد ویسکوالاستیک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_L(t) = \varepsilon_0 \quad (22)$$

$H(t)$

که در آن H بیانگر یک تابع پله‌ای هویساید است. سپس رابطه کلی زیر را برای نسبت پواسون وارهدگی تنش‌ی با جایگزینی (22) در معادله (21) بدست آورده‌ایم:

$$\nu_r(t) = -\frac{\varepsilon_T(t)}{\varepsilon_0} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \int_0^t \kappa(t-\tau) \frac{dE(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (23)$$

پذیرش بالک و مدول وارهدگی یانگ در تمام محدوده دامنه‌ی زمانی برای ارزیابی انتگرال کانولوشن و محاسبه نسبت وابسته به زمان پواسون از معادله‌ی (23) مورد نیاز می‌باشند. ارزیابی این انتگرال بسیار پیچیده است ولی محاسبه آن با تکنیک‌های عددی امکان پذیر می‌گردد.

۴. فرآیند اندازه‌گیری آزمایشگاهی

نمونه‌های بافتی که برای اندازه‌گیری مکانیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند بایستی به دقت آماده شوند و با نگهداری مناسب در مخزن‌های بدون منفذ از آسیب و تخریب خواص مکانیکی آن‌ها اجتناب گردد. در دستگاه‌های نانو

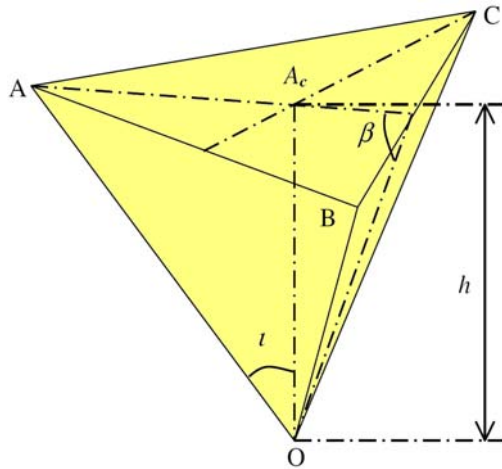
فروروی تجاری، جابجایی به وسیله‌ی یک القاگر یا یک مقاومت خازنی ثبت می‌شود و تحریک نیرو به وسیله‌ی تولید نیروی الکترواستاتیک یا سیم‌پیچ‌های مغناطیسی و یا بواسطه‌ی اتساع یک المان هوشمند پیزوالکتریک انجام می‌گردد (Fischer-Cripps, 2002). طرح یک سیستم نانو فرورونده که در آن از یک خازن سه صفحه‌ای برای ثبت جابجایی استفاده شده، در **شکل ۲** ارائه شده است. نوک فرورونده بطور مستقیم به صفحه میانی خازن نصب شده و برای حرکت نوک بر روی نمونه، باری روی آن اعمال می‌شود. بار و جابجایی در طی فرآیند فروروی به صورت پیوسته ثبت می‌شوند که منجر به یک منحنی بار - جابجایی می‌گردد.

در اینجا از نانو فرورونده‌های با نوک برکویچ صلب با ابعاد و هندسه‌ی مشخص استفاده شده است. فرورونده‌های برکویچ نوک الماسی مانند همان فرورونده‌های مخروطی اند ولی یک زاویه‌ی نیم مخروطی $70/3$ درجه دارند که در **شکل ۳** هم نشان داده شده است. شایان ذکر است که نانو فرورونده‌های با نوک کروی دارای یک شعاع 10 میکرومتری می‌باشند که دارای کاربردهای خاصی نیز هستند.

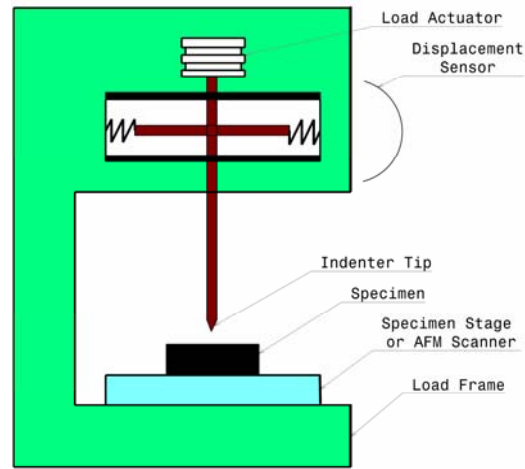
هدف اصلی در این پژوهش، معرفی این روش بسیار دقیق برای اندازه‌گیری خواص ویسکوالاستیک وارهیدگی و پارامتر پواسون در مواد بیولوژیکی می‌باشد و به منظور مشخص کردن امتیازات این روش پیشرفته، خواص وارهیدگی بافت‌های سیب گلدن و یک نوع ماده گوشتی پرکاربرد مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. این مواد به صورت ویسکوالاستیک خطی رفتار می‌کند. خواص ویسکوالاستیک آن‌ها به وسیله آزمایش‌های نانو فروروی تنش وارهیدگی بر روی 10 نمونه استوانه‌ای در آزمایشگاه آنالیز بافت بدست آورده شدند. در ابتدا، نمونه‌ها با دستگاه تست تحت یک بارگذاری ثابت تا کرنش 10 درصد فشرده شدند و سپس در این سطح کرنش ثابت تا مدت زمان 1000 ثانیه وارهیده شده‌اند.

منحنی‌های تنش وارهیدگی این نمونه‌ها میانگین‌یابی شد و سپس مدل تعمیم‌یافته ویچرت به منحنی متوسط تنش وارهیدگی برازش یافت. در نهایت هم رفتار ویسکوالاستیک این مواد بیولوژیکی به وسیله مدول وارهیدگی یانگ مدل‌سازی شدند. برای داده‌های وارهیدگی نمونه‌ها در این مطالعه از نتایج آزمایش‌های مرسوم آزمایش‌های فشاری دل نوییل و همکارانش (Del Nobile et al., 2007) و اشرفی و کسرائی (Ashrafi and Kasraei, 2009) نیز استفاده شد. نمونه‌ها در یک نگهدارنده‌ی آلومینیومی قرار گرفتند. رطوبت نسبی محیط با استفاده‌ی مشترک هم از مرطوب‌ساز و هم از خشک‌کن برابر با مقدار ثابتی به میزان 5 درصد نگه داشته شده است. آزمایش‌های نانو فروروی ویسکوالاستیک در هوای اتاقی با دمای 23 درجه سانتی‌گراد انجام گرفته‌اند.

هر تست تا سرعت رانش نوک فرورونده کمتر از میزان تعیین شده $0/05$ نانومتر بر ثانیه بود، شروع نمی‌شد تا این اطمینان حاصل شود که شرایط تعادل حرارتی برای نمونه و دستگاه نانو فرورونده بدست آمده است. بعد از اینکه نوک فرورونده با سطح نمونه تحت مطالعه تماس پیدا نماید، یک بارگذاری جابجایی با آهنگ ثابت اعمال می‌گشت و سپس هم بار و هم جابجایی به صورت همزمان ثبت می‌شدند. همچنین آهنگ جابجایی فروروی نانو در تمام نانو فروروی‌ها برابر با مقدار 5 نانومتر بر ثانیه بوده است.



شکل ۳ - طرح شماتیک نوک یک فرورونده برکویچ



شکل ۲ - طرح شماتیک یک دستگاه نانو فرورونده

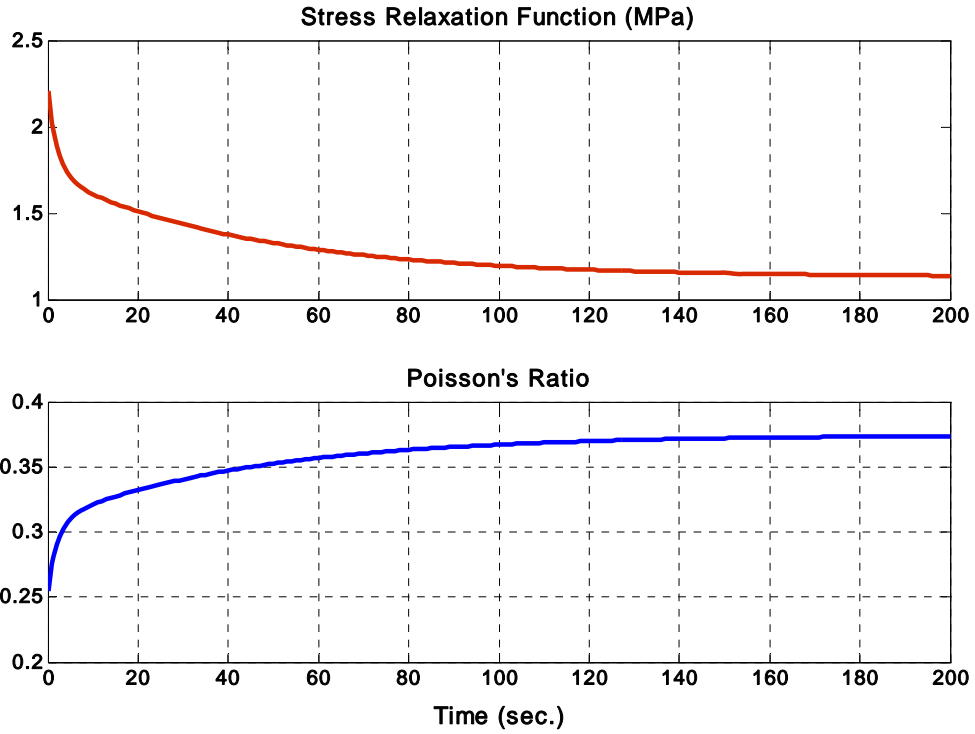
۵. نتایج و بحث

از رابطه نیرو - جابجایی برای تعیین مدول الاستیسیته، نقطه تسلیم بیولوژیکی، نقطه گسیختگی و پارامتر پواسون در بافت‌های بیولوژیکی استفاده می‌شود. برای تعیین خواص وارهیدگی، جابجایی با آهنگ ثابت در تمام آزمایش‌های فروری نانو با کنترل بار به منظور رسیدن به مقدار جابجایی مورد نظر بکار رفته است. برای رسیدن به جابجایی به عنوان تابعی خطی از زمان از یک مدول پیوسته در طی فروری استفاده گردید.

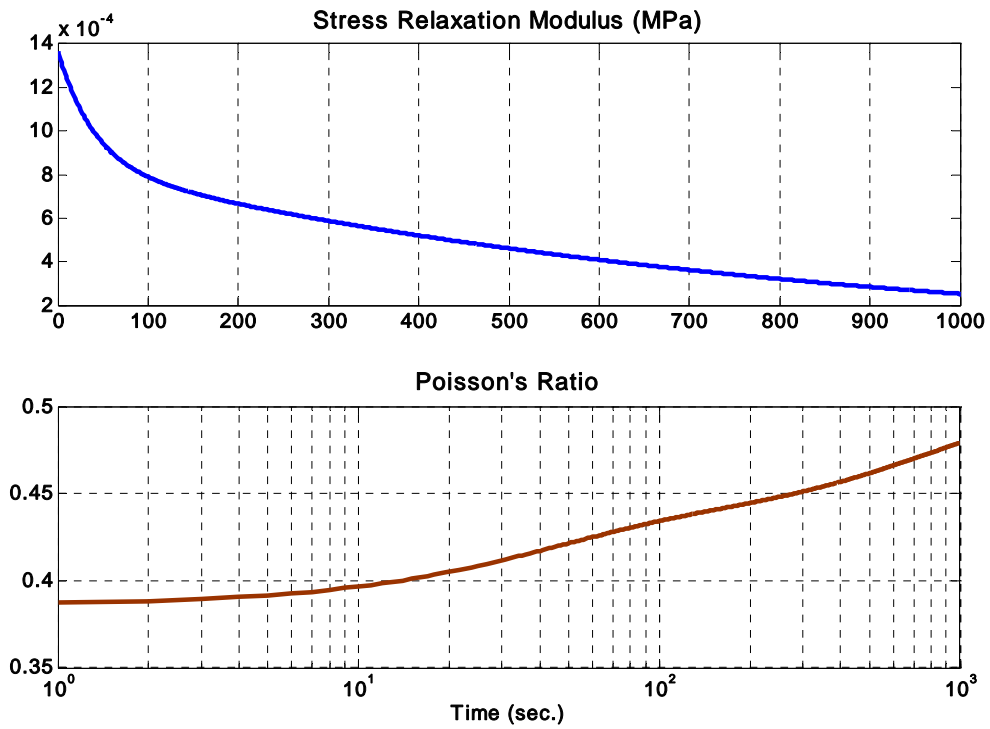
منحنی‌های بار - جابجایی حاصل از نانو فرورونده‌های برکویچ پس از خطی سازی برای نمونه‌ها بدست آمدند. نتایج بدست آمده بار - جابجایی متوسط با استفاده از آزمایش‌های نانو فروری مورد نظر قرار گرفتند. از آن جایی که مطابق رهیافت تحلیلی بایستی معادله‌ی فروری مانع از کاهش سطح تماس بین نانو فرورونده و نمونه‌ی بیولوژیکی آزمایشی شود، فقط بخش بارگذاری نانوفروری برای تعیین خواص وارهیدگی مورد تحلیل قرار گرفتند. منحنی‌های بار - جابجایی متوسط از سه آزمایش متفاوت برای هر نمونه و در محل‌های موضعی مختلف استخراج شدند. سازگاری داده‌ها در هر منحنی نشان می‌دهد که قابلیت تکرار در آزمایش‌ها رضایت بخش بوده است.

منحنی تئوری (۱۱) حاصل از رهیافت تحلیلی برای وارهیدگی به هر یک از منحنی‌های متوسط بدست آمده از آزمایش‌های بار - جابجایی نانو فروری با استفاده از پارامترهای مدل ماکسول تعمیم یافته در معادله‌ی (۱۰) برازش داده شد. منحنی‌های برازش یافته با معادله (۱۱) همبستگی مناسبی با منحنی متوسط حاصل از آزمایش‌های فروری نانو دارد که ضریب اختلاف همبستگی آن‌ها نیز برابر 0.99998 بدست آمده است. همبستگی بسیار مناسب منحنی‌ها با یکدیگر نشان دهنده‌ی دقت بسیار مطلوب رهیافت‌های تحلیلی و آزمایشگاهی می‌باشد. سپس بهترین برازش پارامترهای ماکسول مورد نیاز برای معادله (۱۰) از فرآیند برازش منحنی‌ها حاصل گردید. در انتها پارامترهای ماکسول مدل استفاده شده در معادله (۱۱) برای شبیه‌سازی منحنی برازش یافته در معادله (۱۰) قرار داده شدند تا خواص وارهیدگی مواد مورد نظر استخراج شدند. مدول وارهیدگی یانگ برای سیب گلدن و ماده گوشتی به ترتیب در

شکل ۴ و شکل ۵ نشان داده شده اند.



شکل ۴ - مدول وارهدیگی یانگ و پارامتر وابسته به زمان پواسون برای سیب گلدن



شکل ۵ - مدول وارهدیگی یانگ و پارامتر وابسته به زمان پواسون برای یک ماده گوشتی

سپس پارامتر وابسته به زمان پواسون نیز با استفاده از معادله (۲۳) حاصل از رهیافت ریاضی در وارهدگی تنشی برای سیب گلدن و ماده گوشتی محاسبه گردیدند که به ترتیب در **شکل ۴** و **شکل ۵** نشان داده شده اند.

۶. نتیجه گیری

روش نوین و نوظهور فروروی نانو به عنوان یک رهیافت توانمند برای اندازه گیری خواص مکانیکی بافت های بیولوژیکی و فیلم های نازک ویسکوالاستیک اثبات شده است. با انتخاب صحیح هندسه نوک نانو فرورونده و نوع پروتکل آزمایشی می توان خواص مکانیکی و رئولوژیکی مختلفی را اندازه گیری نمود. میدان های سه بعدی تنش و کرنش در عمل وابسته به نسبت پواسون می باشند. یک نسبت پواسون وابسته به زمان در مواد ویسکوالاستیک متناسب با تنش ها و تغییر شکل های وابسته به زمان خواهد بود و در نتیجه فاکتورهای تمرکز تنش و تنش های میانجی نیز وابسته به زمان و فرکانس می باشند. اکثر مواد بیولوژیکی نیز رفتاری همانند جامدات ویسکوالاستیک از خود نشان می دهند. یک رهیافت اندازه گیری مدول وارهدگی بافت های بیولوژیکی ویسکوالاستیک با استفاده مستقیم از روش فروروی نانو تحت آهنگ جابجایی ثابت ارائه شد و سپس یک رهیافت ریاضی به منظور مدل سازی نسبت وابسته به زمان پواسون در وارهدگی تنشی بافت های بیولوژیکی مورد استفاده قرار گرفت. از یک مدل ویچرت تعمیم یافته نیز برای توصیف معادلات متشکله رئولوژیکی مواد بیولوژیکی استفاده شد. خواص وارهدگی و پارامتر پواسون بافتی سیب گلدن و یک ماده گوشتی پر کاربرد برای مشخص نمودن امتیازات این روش مدرن اندازه گیری و تعیین شدند. در مواردی که روش های حل تحلیلی، قابل استفاده نباشند، این روش با شبیه سازی اجزای محدود بسیار توانمند خواهند بود (Knapp et al., 1999). همچنین اثرات رفتار متشکله ی ویسکوالاستیک غیرخطی مواد بیولوژیکی که دارای پاسخ های مهمی در این نوع بافت ها می باشند (Lu and Puri, 1992)، نیز می تواند مورد توجه بیشتر این شاخه قرار گیرند.

۷. مراجع

- Ashrafi, H., and M. Kasraei. 2008. Identification of nano-scale mechanical properties of bio-tissues by means of a novel nanoindentation technique. p. 147. In Proceedings of the 2nd International Congress on Nanoscience and Nanotechnology (ICNN), October 2008, University of Tabriz, Iran.
- Ashrafi, H., and M. Kasraei. 2010. Identification of viscoelastic properties of biological tissues using a novel nanoindentation technique. Iranian Journal of Crop Sciences, in press.
- Ashrafi, H., and M. Kasraei. 2009. An instrument for measurement of the relaxation modulus of biological viscoelastic solids. Iranian Patent Office 58039. Date issued: 16 March.
- Athanasiou, K.A., and R.M. Natoli. 2008. Introduction to continuum biomechanics. Morgan & Claypool Publishers, New York.
- Cheng, L., X. Xia, W. Yu, L.E. Scriven, and W.W. Gerberich. 2000. Flat punch indentation of viscoelastic material. J. Polym. Sci. Part B: Polym. Phys. 38: 10-22.

- ❑ Christensen, R.M. 1982. Theory of viscoelasticity. Academic Press, New York.
- ❑ Del Nobile, M.A., S. Chillo, A. Mentana, and A. Baiano. 2007. Use of the generalized Maxwell model for describing the stress relaxation behavior of solid-like foods. *Journal of Food Engineering* 78: 978–983.
- ❑ Doerner, M.F., and W.D. Nix. 1992. A method for interpreting the data from depth-sensing indentation instruments. *J. Mater. Res.* 1: 601–609.
- ❑ Ebenstein, D.M., and L.A. Pruitt. 2006. Nanoindentation of biological materials. *Nanotoday* 1(3): 26–33.
- ❑ Findley, W.N., Lai, J.S., and O. Onanran, 1976. Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials. North-Holland Publishing Company, London.
- ❑ Fischer-Cripps, A.C. 2002. Nanoindentation. Springer-Verlag, Berlin.
- ❑ Huang, G., and H. Lu. 2006. Measurements of Young's relaxation modulus using nanoindentation. *Mech. Time-Depend. Mater.* 10: 229–243.
- ❑ Huang, G., and H. Lu. 2007. Measurements of two independent viscoelastic functions by nanoindentation. *Exp. Mech.* 47: 87–98.
- ❑ Huang, G., B. Wang, and H. Lu. 2004. Measurements of viscoelastic functions in frequency-domain by nanoindentation. *Mech. Time-Depend. Mater.* 8: 345–364.
- ❑ Knapp, J.A., D.M. Follstaedt, S.M. Myers, J.C. Barbour, and T.A. Friedmann. 1999. Finite element modeling of nanoindentation. *Journal of Applied Physics* 85: 1460–1474.
- ❑ Lee, E.H., and J.R.M. Radok. 1960. The contact problem for viscoelastic bodies. *J. Appl. Mech.* 27: 438–444.
- ❑ Lu, H., B. Wang, J. Ma, G. Huang, and H. Viswanathan. 2003. Measurement of creep compliance of solid polymers by nanoindentation. *Mech. Time-Depend. Mater.* 7: 189–207.
- ❑ Lu, R., and V.M. Puri. 1992. Characterization of nonlinear behavior of apple flesh under stress relaxation. *Journal of Rheology* 36(2): 303–318.
- ❑ Mohsenin, N.N. 1986. Physical properties of plant and animal materials. Gordon Publishers, New York.
- ❑ Nix, W.D. 1997. Elastic and plastic properties of thin films on substrates: nanoindentation techniques. *Mater. Sci. Eng. A* 234: 37–44.
- ❑ Odegard, G.M., T.S. Gates, and H.M. Herring. 2005. Characterization of viscoelastic properties of polymeric materials through nanoindentation. *Exp. Mech.* 45: 130–136.
- ❑ Oliver, W.C., and G.M. Pharr. 1992. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *J. Mater. Res.* 7: 1564–1583.
- ❑ Rosenthal, A.J. 1999. Food texture: The measurement and perception. Aspen Publication, Maryland.
- ❑ Rohm, H., Jaros, D., and M. De Haan. 1997. A video-based method for determination of average stress strain relations in uniaxial compression of selected foods. *Journal of Texture Studies* 20: 245–255.
- ❑ Sadr, A., Y. Shimada, H. Lu, and J. Tagami. 2009. The viscoelastic behavior of dental adhesives: A nanoindentation study. *Dental Materials* 25: 13–19.

- ❑ Sneddon, I.N. 1965. The relation between load and penetration in the axisymmetric Boussinesq problem for a punch of arbitrary profile. *Int. J. Eng. Sci.* 3: 47–57.
- ❑ Ting, T.C.T. 1966. The contact stresses between a rigid indenter and a viscoelastic half-space. *J. Appl. Mech.* 33: 845–854.
- ❑ Yang, W.H. 1966. Contact problem for viscoelastic bodies. *J. Appl. Mech.* 33: 395–401.

Time-Dependent Poisson's Ratio Modeling of Biological Materials in Stress Relaxation Using the Viscoelastic Nanoindentation

Abstract – The most of biological and food materials have a viscoelastic time-dependent constitutive behavior, thus the exact identification of their viscoelastic properties is one of the main objects in biological engineering. Therefore, Poisson's ratios for viscoelastic solids generally are a time dependent (in time domain) or a complex frequency dependent (in frequency domain) quantity. In particular, three-dimensional stress fields depend on Poisson's ratios. In a viscoelastic material, a time-dependent Poisson's ratio will be associated with time-dependent stress and deformation, thus stress concentration factors and interfacial stresses will depend on time and frequency. In this study, we present the analytical and experimental methods to measure the relaxation properties of biological tissues directly using nanoindentation under a constant-rate displacement loading history. The main aim of this work is to develop a mathematical approach capable of determining time-dependent Poisson's ratio of biological materials in stress relaxation. A generalized Wiechert model has been used to describe the rheological constitutive equations of biological materials. The relaxation Poisson's ratios of two different biological materials have been evaluated and determined by this novel technique and analytical approaches.

Keywords – rheological properties, stress relaxation, Poisson's ratio, viscoelastic materials, nanoindentation