



## استفاده از مدل تعمیم یافته ماکسول برای توصیف رفتار استراحت تنش انار

علی اکبر حسین پور<sup>۱</sup>، حسن عاقل<sup>۲</sup>، محمدحسین سعیدی راد<sup>۳</sup>، حسن صدر نیا<sup>۴</sup>

۱، ۲ و ۳- به ترتیب دانشجوی کارشناسی ارشد و استاد گروه مکانیک ماشین‌های کشاورزی دانشکده کشاورزی دانشگاه فردوسی،

استاد مرکز تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی واحد طرق خراسان رضوی

al.hosseinpour63@gmail.com

### چکیده

در این تحقیق رفتار ویسکو الاستیک سه رقم انار اردستانی، شیشه کپ و ملس بر اساس مدل رئولوژیکی ماکسول مورد بررسی قرار گرفته است. با در نظر گرفتن دو المان برای مدل، ثابت‌های مربوط به معادله مدل به دست آمده است و در ادامه پارامترهای تنش تعادلی و زمان استراحت که جزو پارامترهای مهم این مدل می باشند برای این سه رقم انار در سه اندازه بزرگ، متوسط و کوچک مورد بررسی قرار گرفت. همچنین مدل ماکسول به خوبی بر داده‌های تجربی مورد برآزش قرار گرفت.

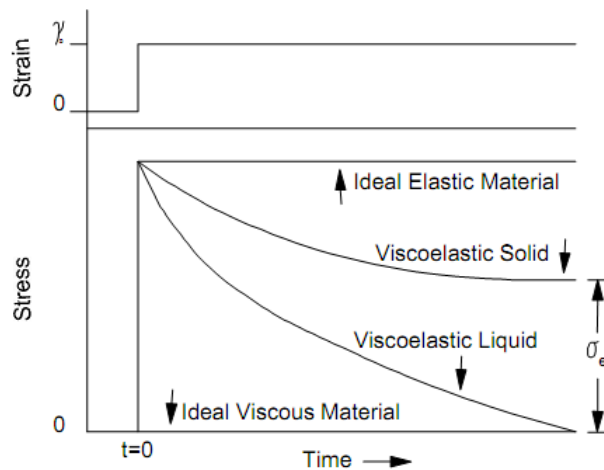
واژه‌های کلیدی: انار، مدل ماکسول، ویسکو الاستیک، استراحت تنش

### مقدمه

یکی از خواص جالب توجه محصولات کشاورزی این است که رابطه تنش- تغییر شکل در آنها بستگی به سرعت تغییر شکل دارد، یعنی باید در معادله تنش- تغییر شکل عامل زمان را هم دخالت داد. این گونه مواد که تغییر شکل آنها بستگی به زمان دارد مواد ویسکو الاستیک<sup>۱</sup> نامیده می شوند (توکلی هاشجین، ۱۳۸۲). اغلب محصولات کشاورزی جزو مواد ویسکو الاستیک می باشند یعنی هم دارای خواص مواد الاستیک و هم دارای خواص مواد ویسکوز (لزج) می باشند، یعنی اگر یک ماده ویسکو الاستیک تحت تغییر شکل ثابت قرار بگیرد تنش متناظر با تغییر شکل در طول زمان کاهش پیدا می کند (برخلاف مواد الاستیک ایده آل) و به یک مقدار تنش بزرگتر از صفر میل می کند بر خلاف مواد ویسکوز ایده آل. برای تعیین کمی رفتار مواد ویسکو الاستیک می توان از آزمون های دینامیکی و شبه استاتیک (گذرا) استفاده نمود. آزمون های رایج شبه استاتیکی بیشتر به وسیله آزمایش های استراحت تنش<sup>۲</sup> و خزش<sup>۳</sup> ارائه می شوند. در آزمون های خزش یک تنش ثابت به نمونه اعمال می شود و کرنش متناظر به عنوان یک تابعی از زمان اندازه گیری می شود. پارامترهای مورد نظر سختی<sup>۴</sup> و زمان استراحت<sup>۵</sup> می باشد. در آزمون های استراحت تنش یک کرنش ثابت به نمونه اعمال می شود و

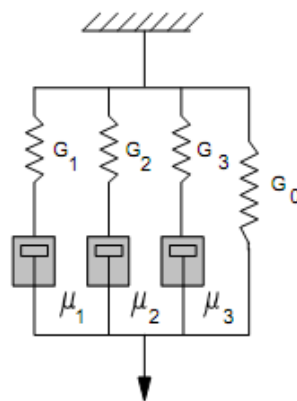
- 
- 1- Viscoelastic
  - 2- Stress relaxation
  - 3- Creep
  - 4- Compliance
  - 5- Relaxation time

تنش مورد نیاز برای ثابت نگه داشتن تغییر شکل ایجاد شده در نمونه به عنوان تابعی از زمان اندازه گیری می شود. هنگامی که یک آزمون استراحت تنش انجام می گیرد رفتار های متفاوتی می تواند مشاهده شود، مواد الاستیک ایده آل به استراحت نمی رسند در حالی که مواد ویسکوز ایده آل به طور آنی به استراحت می رسند. مواد جامد ویسکو الاستیک به تدریج به استراحت می رسند و به یک تنش تعادلی بزرگتر از صفر میل می کنند در حالی که مواد مایع ویسکو الاستیک به جای یک تنش باقی مانده به صفر میل می کند (استیف، ۱۹۹۲) که رفتار مواد مختلف تحت آزمون استراحت تنش در شکل زیر بیان شده است.



شکل ۱- منحنی استراحت تنش مواد مختلف

آزمون استراحت تنش یکی از آزمون های بسیار مهم برای تعیین ویژگی های ویسکو الاستیک مواد بیولوژیکی می باشد (سنکوزکی و همکاران، ۱۹۹۲). برای تفسیر داده های استراحت تنش یک ماده ویسکو الاستیک خطی از مدل تعمیم یافته ماکسول بارها استفاده شده است. این مدل شامل  $n$  المان ماکسول و یک فنر که به طور موازی با المانها قرار گرفته است و هر المان ماکسول خود شامل دو جزء فنر و کمک فنر می باشد که به طور سری قرار گرفته اند (بوک و همکاران، ۱۹۸۹). در مدل های رئولوژیکی جزء فنر نشانگر قانون هوک (رفتار الاستیک ایده آل) و جزء کمک فنر نشانگر قانون ویسکوزیته نیوتن (رفتار ویسکوز ایده آل) می باشند که در شکل زیر مدل رئولوژیکی تعمیم یافته ماکسول نشان داده شده است.



شکل ۲- مدل تعمیم یافته ماکسول با سه المان و یک فنر موازی با المانها

مطالعاتی بر روی رفتار استراحت تنش مواد ویسکو الاستیک توسط محققان مختلف انجام گرفته است. لویسکی و ولف<sup>۱</sup> رابطه بین استراحت تنش و محتوای رطوبتی مختلف کشمش را مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که برای محتوای طوبتی زیر ۲۵٪ می توان کشمش را در گروه مواد شکننده قرار داد و احتمال شکست آن در طول آزمایش فشار بالا می رود (لویسکی و ولف ، ۱۹۹۵). ساراواکوس و کاستاروپولوس<sup>۲</sup> از Universal Texture Machine برای تعیین خواص ویسکو الاستیک کشمش رقم سلطان خشک شده در آفتاب استفاده کردند و پی بردند که تک تک میوه ها و توده آنها رفتار ویسکو الاستیک از خود نشان می دهند وقتی که قسمت داخلی میوه رفتار ویسکوز در حالی که پوست میوه رفتار الاستیک از خود به نمایش می گذارد (ساراواکوس و کاستاروپولوس، ۱۹۹۵). حسن و همکاران<sup>۳</sup> سه مدل عمومی استراحت تنش به نامهای مدل تعمیم یافته ماکسول، مدل Peleg و Nussinovitch را به منظور توصیف ویژگی های ویسکو الاستیک ۸ رقم خرما در دو مرحله رسیدگی خلال و رطب مورد مقایسه قرار دادند و پی بردند که همه مدل های مطرح شده برای تعیین کمی رفتار استراحت نمونه ها معتبر بودند اما مدل تعمیم یافته ماکسول در پیشگویی دادهای تجربی نسبت به دو مدل دیگر بهتر بود (حسن و همکاران ۲۰۰۵).

معادله مربوط به مدل تعمیم یافته ماکسول توسط رابطه زیر ارائه می شود:

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{-(t/\tau_i)} + \sigma_e \quad (1)$$

در این رابطه  $\sigma(t)$  تنش در زمان  $t$  را نشان می دهد و  $C_i$  و  $\tau_i$  ضرایب مدل می باشند که  $\tau_i = \frac{\eta_i}{E_i}$  زمان استراحت می باشد که عبارت از نسبت ویسکوزیته جزء کمک فنر به مدول الاستیسیته جزء فنر می باشد.

دو مدل دیگر که عبارتند از Nussinovitch و Peleg نیز برای توصیف رفتار استراحت تنش مواد بیولوژیکی توسط محققین مورد استفاده قرار گرفته است که این دو مدل نیز به طور موفقیت آمیز قادر به توصیف رفتار استراحت تنش مواد بیولوژیکی می باشند (ناسینویچ و همکاران، ۱۹۸۹).

## مواد و روش ها

سه رقم انار اردستانی، شیشه کپ و ملس برای انجام آزمایشات انتخاب شدند، این ارقام از باغات مرکز تحقیقات فردوس جمع آوری و به ایستگاه مرکز تحقیقات خراسان رضوی واحد طرق منتقل شدند، نمونه ها در یخچال مرکز به مدت سه روز تا زمان آزمایش در دمای  $5^{\circ}\text{C} - 4$  نگهداری شدند. قبل از شروع آزمایشات نمونه ها از داخل یخچال بیرون آورده شدند و به مدت ۱۲ ساعت در دمای اتاق قرار گرفتند تا با دمای محیط هم دما شوند.

آزمون استراحت تنش با استفاده از دستگاه آنالیز بافت (Texture analyser) که دارای نیرو سنجی با دقت  $0.001$  نیوتن بود انجام گرفت. و آزمایشات بدین صورت بود که هر نمونه از میوه انار با سرعت ثابت  $30$  میلیمتر بر دقیقه توسط پروب دستگاه (پروب صفحه ای) تحت فشار محوری قرار می گرفت و تغییر شکلی برابر با  $3$  میلیمتر در میوه ایجاد می شد، بعد

1- Lewicki and Wolf

2- Saravacos & Kostaropoulos

3- B.H. Hassan, A.M. Alhamdan, A.M. Elansari

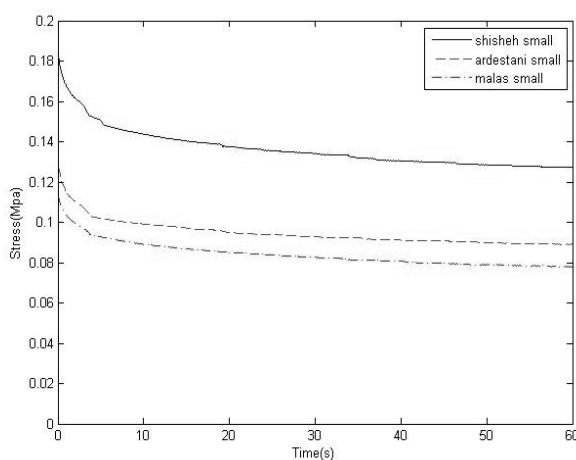
از اینکه میوه به این مقدار از تغییر شکل رسید دستگاه با ثابت نگه داشتن مقدار تغییر شکل ایجاد شده در نمونه مقدار نیروی متناظر با آن (نیروی اعمال از سمت میوه به پروب دستگاه) را به مدت ۶۰ ثانیه ثبت و منحنی نیرو بر حسب زمان رسم شد. برای تبدیل منحنی نیرو - زمان به منحنی تنش - زمان مقدار نیروی ثبت شده توسط دستگاه را بر سطح تماس بین میوه و پروب دستگاه تقسیم و مقدار تنش اعمالی به دست آمد.

برای به دست آوردن سطح تماس بین پروب دستگاه و میوه یک کاغذ سفید بر روی سطح پروب چسبانده شد سپس نمونه میوه آغشته به جوهر شد و آزمون استراحت تنش انجام گرفت، سطح تماس بین میوه و پروب دستگاه عبارت است از مساحت قسمتی از کاغذ سفید که آغشته به جوهر شده است. برای به دست آوردن مساحت قسمت آغشته شده به جوهر از نرم افزار فتوشاپ و سایر نرم افزارهای گرافیکی مورد استفاده قرار گرفت.

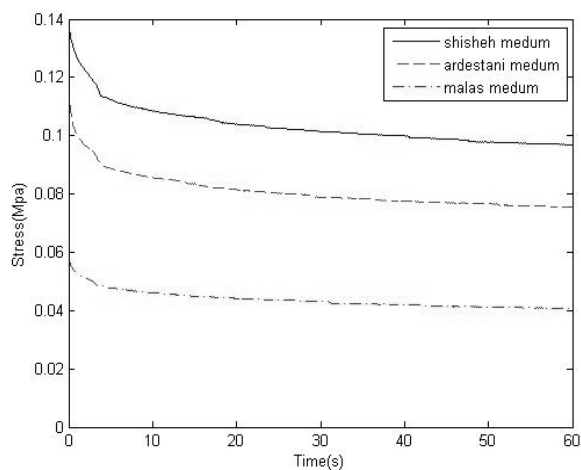
پس از به دست آوردن داده‌های تنش - زمان، مدل تعمیم یافته ماکسول (رابطه ۱) بر داده‌های حاصل از آزمایش برآزش و ثابت‌های مربوط به مدل استخراج شد. برآزش مدل بر روی داده‌های تجربی توسط نرم افزار آماری SPSS16 انجام گرفت و برای پیدا کردن ثابت‌های مربوط به مدل رئولوژیکی تعمیم یافته ماکسول از روش آنالیز رگرسیون غیر خطی (Levenberg-Marquardt) استفاده شد.

### نتایج و بحث

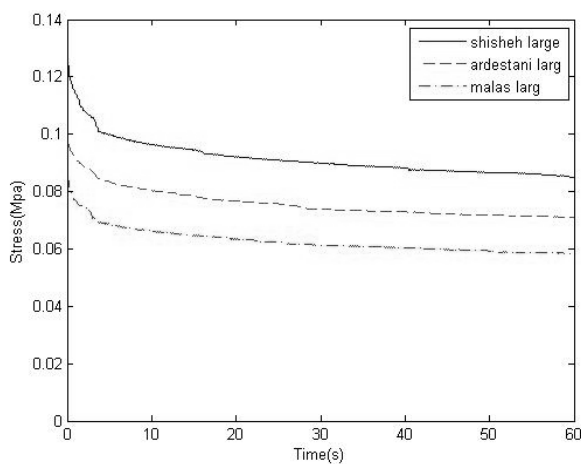
در شکل‌های ۳ تا ۵ منحنی‌های استراحت تنش مربوط به سه اندازه انار را در رقم‌های شیشه کپ، اردستانی و ملس نشان داده شده است. همانطور که در شکل‌ها دیده می‌شود تنش اولیه در زمان صفر ( $t=0$ ) برای رقم شیشه کپ دارای بیشترین مقدار می‌باشد،  $0.18$  (Mpa) برای اندازه کوچک،  $0.14$  (Mpa) برای اندازه متوسط و برای اندازه بزرگ  $0.12$  (Mpa) می‌باشد و بیانگر این مطلب می‌باشد که وارپته شیشه کپ نسبت به دو وارپته دیگر (اردستانی و ملس) در برابر نیروهای خارجی مقاومتر می‌باشد. اما مقدار تنش اولیه برای وارپته ملس دارای کمترین مقدار است،  $0.11$  (Mpa) برای اندازه کوچک،  $0.06$  (Mpa) برای اندازه متوسط و برای اندازه بزرگ  $0.08$  (Mpa) می‌باشد. همچنین در شکل‌ها مشاهده می‌شود که مقدار کاهش تنش (تنش تعادلی - تنش اولیه) در وارپته شیشه کپ در هر سه اندازه نسبت به دو وارپته دیگر بیشتر می‌باشد.



شکل ۳- منحنی استراحت تنش سه رقم انار در اندازه کوچک



شکل ۴- منحنی استراحت تنش سه رقم انار در اندازه متوسط



شکل ۵- منحنی استراحت تنش سه رقم انار در اندازه بزرگ

برای توصیف رفتار استراحت تنش سه واریته انار در سه اندازه بزرگ، متوسط و کوچک از مدل تعمیم یافته ماکسول استفاده شد. بر اساس آزمایشهای آماری که انجام شد تعداد المان ۲ برای مدل انتخاب و ثابت های مربوط به مدل برای هر سه واریته در سه اندازه به وسیله آنالیز رگرسیون غیر خطی و روش (Levenberg-Marquardt) به دست آمد. جدول ۱ مقدار پارامتر های مربوط به مدل و ضریب همبستگی ( $R^2$ ) مدل را نشان می دهد. ضریب همبستگی بالایی که برای مدل به دست آمده است بیانگر این است که مدل تعمیم یافته ماکسول به خوبی بر روی نتایج تجربی حاصل از آزمایش برازش داده شده است.

مقدار تنش اعمالی بعد از کامل شدن استراحت (تنش تعادلی) در رقم شیشه کپ و اندازه کوچک (۰/۱۲۹ Mpa) از سایر ارقام و اندازه ها بیشتر می باشد. همچنین زمان استراحت تنش ( $T_{\sigma}$ ) در رقم ملس و اندازه بزرگ کوتاهتر از سایر ارقام و اندازه ها می باشد.

جدول ۱- ثابت های مدل ماکسول برای سه رقم میوه انار و سه اندازه

رقم	اندازه	$\sigma_0$	$C_1$	$C_2$	$\tau_1$	$\tau_2$	$R^2$
اردستانی	بزرگ	۰/۰۷۰	۰/۰۱۶	۰/۰۱۱	۲۲/۷۹۴	۱/۸۳۲	۰/۹۹۸
	متوسط	۰/۰۷۷	۰/۰۲۴	۰/۰۱۳	۱۹/۹۰۱	۰/۰۰۲	۰/۹۵۰
	کوچک	۰/۰۸۸	۰/۰۱۷	۰/۰۲۴	۲۲/۸۹۹	۱/۵۱۲	۰/۹۹۳
شیشه کپ	بزرگ	۰/۰۸۳	۰/۰۲۳	۰/۰۱۸	۱/۸۸۴	۲۹/۵۷۷	۰/۹۹۵
	متوسط	۰/۰۹۱	۰/۰۲۰	۰/۰۱۸	۴۶/۶۳۰	۳/۷۴۴	۰/۸۸۹
	کوچک	۰/۱۲۹	۰/۰۳۷	۰/۰۱۸	۱۲/۲۵۷	۰/۰۰۱	۰/۹۵۱
ملس	بزرگ	۰/۰۵۷	۰/۰۱۳	۰/۰۱۳	۱/۷۹۰	۲۶/۳۳۵	۰/۹۹۱
	متوسط	۰/۰۴۰	۰/۰۰۹	۰/۰۰۸	۲۸/۹۱۵	۱/۸۶۷	۰/۹۸۹
	کوچک	۰/۰۷۵	۰/۰۱۹	۰/۰۱۸	۳۱/۴۵۲	۱/۹۹۳	۰/۹۹۷

## منابع و مآخذ

۱- توکلی هاشجین، ت. ۱۳۸۲. مکانیک محصولات کشاورزی، (تألیف سیتیگی، گ). چاپ اول، انتشارات دانشگاه زنجان. ۵۲۰ ص.

- Steffe, J. F. 1992. Rheological methods in food process engineering East Lansing, MI, USA. Freeman Press.
- Cenkowski, S., Zhang, Q., Bielewicz, J., & Britton, M. G. 1992. Effect of maturity stage on mechanical properties of canola seeds. Transactions of the ASAE, 35(4), 1243–1248.
- Bock, R. G., Puri, V. M. & Manbeck. 1998. Modeling stress relaxation response of wheat en Masse using the triaxial test. Transactions of the ASAE, 32(5), 1701–1708.
- Lewicki, P. & Wolf, W. 1995. Rheological properties of Raisins: Part II: Effect of water activity. Journal of Food Engineering, 26, 29–43.
- Saravacos, G. D. & Kostaropoulos, A. E. 1995. Engineering properties in processing equipment for fruits and vegetables. Poster 23-9 presented at 1995 IFT annual meeting, Anaheim, CA.
- Hassa, B. H., Alhamdan, A. M. & Elansari, A. M. 2005. Stress relaxation of dates at khalal and rutab stages of maturity. Journal of Food Engineering, 66, 439–445.
- Nussinovitch, A., Peleg, M. & Normand, M. D. 1989. A modified Maxwell and a non exponential model for characterization of the stress relaxation of agar and alginate gels. Journal of Food Science 54, 1013–1016.

## Abstract

In this study was investigated the viscoelastic behavior of three varieties of pomegranate: Ardestani, Shishekap and malas depend on Maxwell's rheological model. Relative constants to model equation was derived with usage two elements for model and also after that were studied equilibrium stress and Relaxation time parameters that are parts of Maxwell's parameters for this three variety of pomegranate in three sizes large, medium and small. The fitting Maxwell's model on experimental data was included good results.

**Keywords:** Pomegranate, Maxwell model, Viscoelastic, stress relaxation