



## تعیین مدل ریاضی مناسب جهت پیش بینی محتوای رطوبتی خربزه درختی (پاپایا) طی فرآیند خشک شدن در خشک کن کابینی

علیرضا یوسفی<sup>۱</sup>، مهدی مرادی<sup>۲</sup>، وحید اسدی مبارکی<sup>۳</sup>، سید مهدی نصیری<sup>۴</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد علوم و صنایع غذایی دانشگاه شیراز

۲، ۳ و ۴- به ترتیب: دانشجوی دکتری، دانشجوی کارشناسی ارشد و استادیار بخش مکانیک ماشینهای کشاورزی

دانشگاه شیراز

### چکیده:

هدف از این تحقیق تعیین مدل ریاضی مناسب برای تخمین محتوای رطوبتی خربزه درختی در طی خشک کردن با یک خشک کن آزمایشگاهی از نوع کابینی است. فرآیند خشک کردن در سه سطح دمایی ۴۰، ۵۰ و ۶۰ درجه سلسیوس صورت پذیرفت. سرعت هوای خشک کن ۰/۹ متر بر ثانیه و درصد رطوبت مطلق آن در ابتدای فرآیند ۰/۶٪ بود. ابتدا اثر دما بر تغییرات محتوای رطوبتی بررسی شد و سپس برای مدل کردن نمودار حاصل از تغییرات نسبت رطوبتی (MR) در برابر زمان خشک شدن در هر دما هشت مدل ریاضی استاندارد استفاده شد. برای مشخص کردن بهترین مدل ریاضی جهت مدل سازی از مقایسه فاکتورهای آماری  $R^2$ ، RMSE و  $\chi^2$  استفاده شد. در میان مدل های ریاضی مدل Two term در هر سه دما به عنوان بهترین مدل معرفی شد. فاکتورهای آماری  $R^2$ ، RMSE و  $\chi^2$  برای این مدل در دمای ۴۰°C به ترتیب 0/998488، 0/0109293 و 0/000129 در دمای ۵۰°C به ترتیب 0/99903، 0/008369 و 7/54E-05 و در دمای ۶۰°C به ترتیب 0/9949802، 0/0197771 و 0/000456 بود. در نهایت از طریق توابع رگرسیونی متفاوت، ثابت های این مدل به عنوان تابعی از دما با استفاده از نرم افزار 7 MATLAB (Curve Fitting Tool box) مدل سازی گردیدند.

کلید واژه: خربزه درختی، خشک کردن، محتوای رطوبتی، مدل ریاضی

خشک کردن از روش هایی می باشد که پس از برداشت محصول اعمال شده و از فساد محصول جلوگیری می کند (Sreekumar et al., 2008). پاپایا یا خربزه درختی میوه ای شیرین است که دارای ویژگیهایی شبیه خربزه و سیب می باشد. این میوه غنی از ویتامین C و همچنین بتا-کریپتوزانتین می باشد که این ترکیبات در سلامتی نقش مهمی دارند. آنزیم پاپائین موجود در این میوه نوعی پروتئاز می باشد و به همین جهت استفاده از این میوه در تولید ژلاتین سبب جلوگیری از تشکیل ژلی سفت می گردد (Yousefi et al., 2009).

برخی از محصولات گرمسیری مانند خربزه درختی از نظر بیولوژیکی پس از فرایند برداشت محصول دچار افت زیادی می شوند و امکان استفاده از فرایند فریز کردن به علت محدودیت کاربرد این روش در نگهداری از این نوع محصولات وجود ندارد. خربزه درختی به طور وسیعی در برخی از کشورها تولید می شود به گونه ای که در سال ۲۰۰۵ بر طبق آمار صادره از FAO، ۶/۵ میلیون تن خربزه درختی در جهان تولید شده است. کشور های گرمسیری مانند برزیل، نیجریه، هند، مکزیک و اندونزی از بزرگترین تولید کنندگان و همچنین صادر کنندگان این محصول در جهان می باشند (Fernandes et al., 2008). در ایران نیز این گیاه در منطقه سیستان و بلوچستان (باهوکلات) رشد می کند و در چند سال اخیر کشور ما گام های مثبتی در جهت تولید این محصول برداشته است. پاپایا در ایران به خربزه درختی و انبه هندی معروف است. در کشورهای صادر کننده خربزه درختی آن قسمتی از محصول را که دارای حداقل استاندارد های لازم برای صادرات نیست، معمولاً پس از برداشت خشک می شوند تا بدین ترتیب ماندگاری آن ها افزایش یافته و محصول وزن کمتری برای تسهیل در حمل و نقل پیدا کرده و همچنین نیاز به فضای کمتری جهت نگهداری نهایی داشته باشند (Fernandes et al., 2008).

امروزه برای مشخص کردن پارامتر های دخیل در خشک کردن مواد غذایی به صورت لایه نازک<sup>۱</sup> و دست یابی به نحوه تغییر این پارامتر ها مثل نسبت رطوبتی و سرعت خشک شدن از روش های مدلینگ استفاده می شود. برای مدلینگ فرایند خشک کردن مواد غذایی سه روش کلی وجود دارد. مدل های بر پایه تئوری<sup>۲</sup> که وابسته به ویژگی های فیزیکی محصول هستند، مدل های نیمه-تئوری<sup>۳</sup> (Midilli et al., 2002, Demirats et al., 1998) که ثابت های مدل از داده های آزمایشگاهی تعیین شده در حالی که صورت کلی تابع به کار رفته جهت مدل همچنان بر مبنای ویژگی های فیزیکی محصول می باشد که این توابع بر اساس قانون دوم فیک تعریف می شوند و همچنین مدل های تجربی که تنها بر مبنای داده های حاصل از آزمایش به دست می آید (Moradi and Zomorodian, 2008).

<sup>۱</sup> Thin layer

<sup>۲</sup> Theoretical modeling

<sup>۳</sup> Semi-theoretical

## محصول:

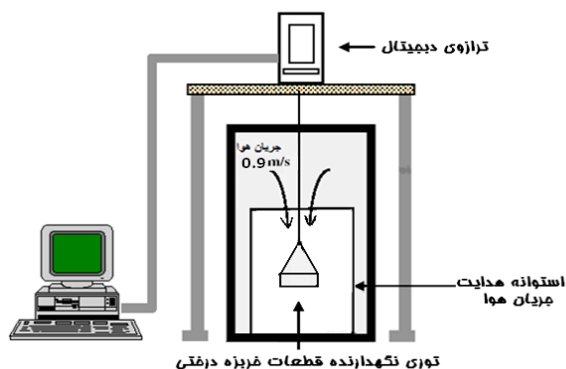
خریزه درختی مورد استفاده در این تحقیق از بازار محلی منطقه باهوکلالت تهیه شد. پاپایای خریداری شده در سردخانه ۴ درجه سانتیگراد بخش علوم و صنایع غذایی نگهداری شد. پس از خارج کردن خریزه درختی از سردخانه دمای آن به حدود دمای آزمایشگاه  $24 \pm 1^\circ\text{C}$  رسید. بعد از پوست گیری، از این خریزه درختی قطعاتی با ضخامت ۰/۵، طول ۵ و عرض ۲ سانتیمتر تهیه شد. رطوبت اولیه قطعات توسط دستگاه آون (دمای ۸۰ درجه و به مدت ۱۲ ساعت) بر اساس معادله ۱ اندازه گیری شد.

$$M_n = \left( \frac{W_w - W_d}{W_w} \right) \times 100 \quad (1)$$

که در این معادله  $M_n$  رطوبت ماده اولیه (خریزه درختی) بر پایه مرطوب،  $W_w$  وزن نمونه پاپایای اولیه،  $W_d$  وزن نهایی آن پس از خشک شدن می باشد. مقدار رطوبت اولیه خریزه درختی ۸۵/۴۹٪ بر پایه مرطوب اندازه گیری شد که بر اساس معادله ۲ به رطوبت بر مبنای خشک تبدیل شد تا از طریق آن میزان نسبت رطوبتی تعیین گردد.

$$MC_{wd} = \left( \frac{MC_{wb}}{1 - MC_{wb}} \right) \times 100 \quad (2)$$

در این معادله  $MC_{wd}$  درصد رطوبت بر پایه خشک و  $MC_{wb}$  درصد رطوبت بر پایه مرطوب می باشد.  $MC_{wd}$  اندازه گیری شده برای خریزه درختی ۵۸۹/۱۸٪ بود. برای اندازه گیری تغییرات وزن نمونه در طی زمان خشک شدن محصول، قطعات تهیه شده ابتدا توسط ترازوی دیجیتالی با دقت ۰/۰۱ وزن شده و سپس درون توری فلزی تعبیه شده در درون خشک کن قرار گرفته که توری مذکور متصل به ترازویی در خارج از دستگاه بود (مطابق با شکل ۱). خشک کن کابینی استفاده شده در این تحقیق دارای قابلیت کنترل دما و سرعت هوا بوده که این پارامترها توسط نمایشگرهای تعبیه شده روی دستگاه نشان داده می شد. رطوبت مطلق هوای خشک کن ۰/۶٪ و سرعت هوا آن ۰/۹ متر بر ثانیه بود. تغییرات وزن نمونه ها هر پنج دقیقه ثبت گردید. در این فرایند رطوبت قطعات محصول از رطوبت اولیه ۵۸۹/۱۸٪ توسط سه دمای ۴۰، ۵۰ و ۶۰ درجه سانتی گراد به رطوبت  $20 \pm 1$ ٪ رسانده شد.



شکل ۱. نحوه توزین قطعات خربزه درختی در خشک کن کابینی

پس از پایان فرایند خشک شدن نمودار تغییرات نسبت رطوبتی در برابر زمان خشک شدن بدست آمد. نسبت رطوبتی بنا بر تعریف از رابطه  $MR = (M - M_e) / (M_0 - M_e)$  بدست می آید (Akgun and Doymaz, 2005) که به دلیل ناچیز بودن مقدار  $M_e$  نسبت به  $M$  و  $M_0$  معادله به صورت  $M/M_0$  تعریف می گردد (Wang et al., 2007). برای پیدا کردن بهترین مدل ریاضی جهت مدل سازی نمودار مذکور مدل های ریاضی استاندارد تعریف شده در جدول ۱ استفاده شد. با استفاده از فاکتور های آماری  $R^2$ , RMSE و  $\chi^2$  (معادلات ۳، ۴ و ۵) بهترین مدل ریاضی جهت مدل سازی فرایند خشک شدن محصول گزارش شد.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{exp})^2 (MR_{pre,i} - \overline{MR}_{pre})^2}{\sum_{i=1}^N (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{exp})^2 \sum_{i=1}^N (MR_{pre,i} - \overline{MR}_{pre})^2} \quad (3)$$

$$RMSE = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (MR_{exp,i} - MR_{pre,i})^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

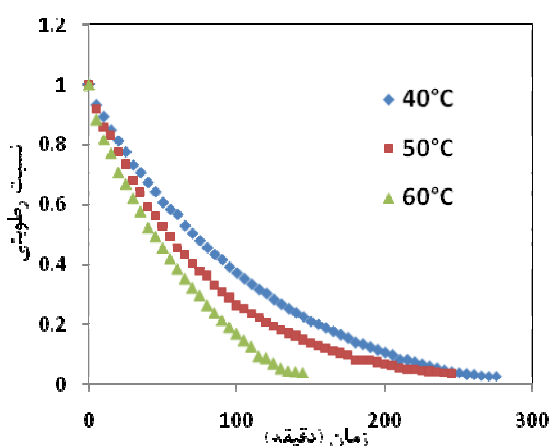
$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (MR_{exp,i} - MR_{pre,i})^2}{N - z} \quad (5)$$

جدول ۱. مدل های ریاضی استفاده شده جهت مدل سازی

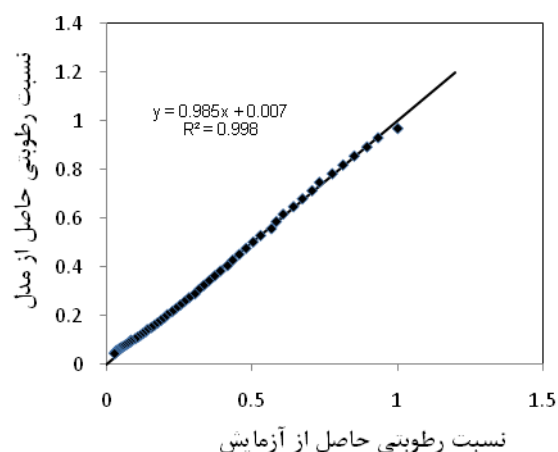
شماره مدل	نام مدل	صورت مدل	منبع
1	Newton	$MR = \exp(-kt)$	Westerman, et al, 1973
2	page	$MR = \exp(-kt^n)$	Guarte, 1996
3	modified page	$MR = \exp(-kt)^n$	Yaldiz et al, 2001
4	Henderson and pabis	$MR = a \cdot \exp(-kt)$	Yagcioglu et al, 1999
5	Two term	$MR = a \cdot \exp(-k_0t) + b \cdot \exp(-k_1t)$	Rahman et al, 1998
6	Exponential two term	$MR = a \cdot \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kat)$	Yaldiz et al, 2001
7	Wang and sing	$MR = 1 + at + bt^2$	Ozdemir et al, 1999
8	approximation of diffusion	$MR = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kbt)$	Yaldiz et al, 2001

## نتایج و بحث:

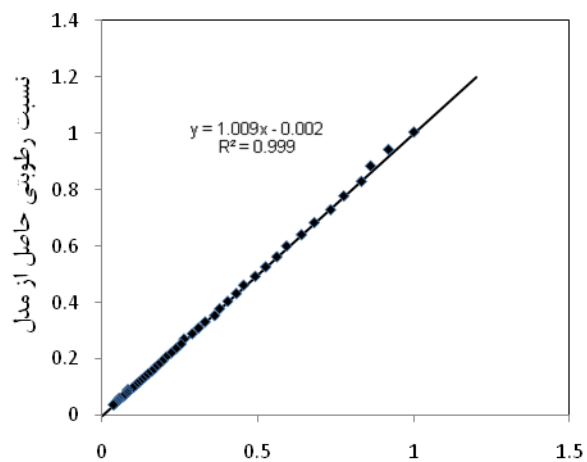
جدول ۳ نتایج مربوط به مدل سازی تغییرات نسبت رطوبتی در برابر زمان خشک کردن را نشان می دهد. برای انجام مدل سازی و به دست آوردن بهترین مدل براساس پارامتر های آماری  $R^2$ ، RMSE و  $\chi^2$  از نرم افزار SOLVER استفاده شد. همانطور که از نتایج بر می آید مدل Two term در هر سه دمای ۴۰، ۵۰ و ۶۰ درجه سانتی گراد بهترین نتیجه را جهت مدل سازی نشان داده که تا حدود زیادی منطبق بر داده های حاصل از آزمایش بود. فاکتور های آماری  $R^2$ ، RMSE و  $\chi^2$  برای این مدل در دما ۴۰°C به ترتیب 0/998488، 0/0109293 و 0/000129 در دمای ۵۰°C به ترتیب 0/99903، 0/008369 و 7/54E-05 و در دمای ۶۰°C به ترتیب 0/9949802، 0/0197771 و 0/000456 محاسبه شد. شکل ۲ نمودار تغییرات نسبت رطوبتی را در برابر زمان خشک کردن برای داده های آزمایش برای سه دمای ذکر شده تا رسیدن به رطوبت  $1 \pm 20\%$  بر مبنای خشک را نشان می دهد. همانطور که این نمودار نشان می دهد در یک زمان ثابت میزان نسبت رطوبتی برای دمای بالاتر، کمتر است. این امر به دلیل میزان رطوبت کمتر نمونه در دمای بالاتر نسبت به دمای کمتر در همان زمان می باشد. همبستگی داده های حاصل از مدل سازی صورت گرفته با مدل Two term در هر سه دما با داده های حاصل از آزمایش در شکل های ۳، ۴ و ۵ نشان داده شده است. از آنجایی که ثابت های این معادله ( $k_1$ ،  $k_0$  و  $a$  و  $b$ ) که در جدول ۳ ذکر شده فقط برای سه دمای مذکور می باشد، جهت مدل سازی برای بدست آوردن تقریبی این ضرایب در محدوده دمایی بین ۴۰ تا ۶۰ درجه سانتیگراد از نرم افزار MATLAB 7 (Curve Fitting Toolbox) استفاده شد. در این نرم افزار ثابت های مربوط به بهترین معادله (Two term) به عنوان متغیر وابسته و سه دمای مذکور به عنوان متغیر مستقل تعریف شد. سپس مدل های رگرسیونی مختلفی مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت بهترین آنها برای تخمین ثابت های معادله Two term در این محدوده زمانی معرفی شد. معادلات به دست آمده برای هر یک از ثابت ها در جدول ۲ نشان داده شده است.



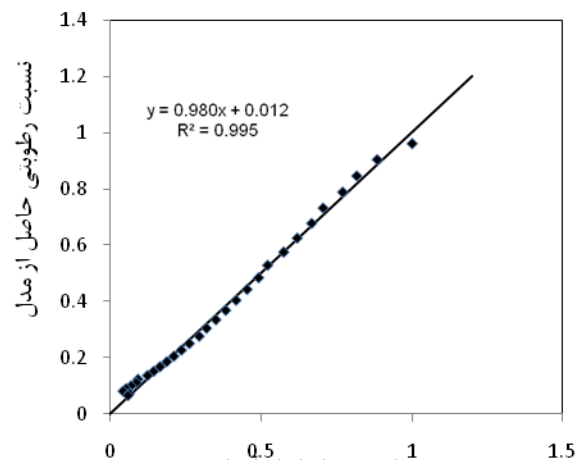
شکل ۳. همبستگی نسبت رطوبتی حاصل از آزمایش و مدل (۴۰°C).



شکل ۲. نمودار تغییرات نسبت رطوبتی خربزه درختی



شکل ۵. همبستگی نسبت رطوبتی حاصل از آزمایش و مدل (۶۰°C).



شکل ۴. همبستگی نسبت رطوبتی حاصل از آزمایش و مدل (۵۰°C).

جدول ۲. معادلات مربوط به ثابت های مدل Two term در فاصله دمایی ۴۰ تا ۶۰ درجه سانتیگراد

ثابت	معادله	SSE
$K_0$	$3/58 \times 10^{-5} T^2 - 0/003077 T + 0/0799$	$5/567 \times 10^{-33}$
$K_1$	$7/275 \times 10^{-5} T^2 - 0/006638 T + 0/1665$	$1/659 \times 10^{-32}$
a	$-0/01279 T^2 + 1/286 T - 28/16$	$8/69 \times 10^{-28}$
b	$0/0124 T^2 - 1/248 T + 28/22$	$6/096 \times 10^{-28}$

جدول ۳. نتایج حاصل از مدل سازی ریاضی تغییرات نسبت رطوبتی در برابر زمان خشک شدن محصول خرزبه درختی

شماره مدل	دما (°C)	ثابت های مدل	R <sup>2</sup>	RMSE	χ <sup>2</sup>
1	40	k=0/0103687	0/996448 6	0/01912 22	0/0003 72
	50	k=0/013056	0/99897	0/00961 1	9/57E- 05
	60	k=0/0170899	0/990917 3	0/02803 18	0/0007 85
2	40	k=0/0071852 n=1/0777253	0/997326	0/01467 2	0/0002 23
	50	k=0/011313 n=1/031607	0/99905	0/00829	7/13E- 05
	60	k=0/0116435 n=1/0920231	0/992640 3	0/02414 83	0/0006 28
3	40	k=0/010768 n=0/9629145	0/99644 8	0/01912 2	0/0003 8
	50	k=0/012804 n=1/019747	0/99897 9	0/00961 1	9/58E- 05
	60	k=0/0186018 n=0/9187234	0/99091 73	0/02803 18	0/0008 46
4	40	k=0/0105072 a=1/0129181	0/99596 9	0/01868 71	0/0003 62
	50	k=0/013226 a=1/012857	0/99892 4	0/009۰۴۶	۱۶/۷E- 05
	60	k=0/0172321 a=1/0077422	0/99052 42	0/02790 47	0/0008 38
5	40	k <sub>0</sub> =0/0141017 k <sub>1</sub> =0/017357 a=2/8250968 b=-1/854842	0/998488	0/01092 3	0/0001 9
	50	k <sub>0</sub> =0/015554 k <sub>1</sub> =0/016457 a=4/175622 b=-3/1715	0/99903	0/00836 9	7/54E- 05
	60	k <sub>0</sub> =0/0241595 k <sub>1</sub> =0/0301055 a=2/968045 b=-2/007861	0/994980 2	0/01977 1	0/0004 6
6	40	k=0/745611 a=0/0136851	0/9968	0/02039 8	0/0004 32
	50	k=-0/01456 a=1/381736	0/99903	0/00838 9	7/3E- 05
	60	k=0/0170899 a=0/9999999	0/99091 73	0/02803 18	0/0008 46
7	40	a=-0/007882 b=1/66E-05	0/99581 5	0/02403 8	0/0006
	50	a=-0/00923 b=2/18E-05	0/98438 3	0/04273 8	0/0018 94
	60	a=-0/01316 b=4/65E-05	0/99559 3	0/02410 97	0/0006 26
8	40	k=0/017005 a=-1/26913 b=0/7906905	0/99791	0/01293 42	0/0001 77
	50	k=0/260894 a=-0/01914 b=0/050976	0/99899	0/00861 2	7/84E- 05
	60	k=0/0170899 a=-0/9999999 b=1	0/99091 7	0/02803 18	0/0008 8

1. Akgun, N., Doymaz, I., 2005. Modeling of olive cake thin-layer drying process. *Journal of food engineering*. 68: 455-461.
2. Demirats, C., Ayhan, T., Kaygusuz, K. 1998. Drying behavior of hazelnuts. *Journal of the Science of Food and Agriculture*. 76: 559-564.
3. Fernandes, F., Oliveira, F., Rodrigues S. 2008. Use of ultrasound for dehydration of papayas, *Food Bioprocess Technol*. 1:339–345.
4. Guarte, R. (1996). Modeling the drying behavior of copra and development of a natural convection dryer for production of high quality copra in the Philippines. Ph.D. dissertation, 287. Hohenheim University, Stuttgart, Germany.
5. Midilli, A., Kucuk, H., Yapar, Z.A. 2002. New model for single-layer drying. *Drying Technology*. 20(7): 1503-1513.
6. Moradi, M., Zomorodian, A., Zare, D. 2008. Mixed model thin layer solar drying models for cuminum cyminum. 10<sup>th</sup> international congress on mechanization and energy in agriculture-14-17 October- Antalya-Turkiye. 762-766.
7. Ozdemir, M., Devres, Y. 1999. The thin layer drying characteristics of hazelnuts during roasting. *Journal of Food Engineering*. 42(4): 225-233.
8. Rahman, M. 1998. Desorption isotherm and heat pump drying kinetics of peas. *Food international Research*. 30(7): 485-491.
9. Sreekumar, A., Manikantan, P.E., Vijayakumar, K.P. 2008. Performance of indirect solar cabinet dryer. *Energy Conversion and Management*. 49: 1388–1395.
10. Wang, Z., Sun, J., Liao, X. 2007. Mathematical modeling of hot air drying of thin layer of apple pomace. *Food Research International*. 40: 39-46.
11. Westerman, P., White, W. 1973. Relative humidity effect on the high temperature drying of shelled corn. *Transaction of American Society of Agricultural Engineering*. 16: 1136-1139.
12. Yabliz, O., Ertekin, C., Uzun, H.I. 2001. Mathematical modeling of thin layer solar drying of Sultana grapes. *Energy*. 42: 167-171.
13. Yagcioglu, A., Degirmencioglu, A., Cagatay, F. 1999. Drying characteristics of laurel leaves under different drying conditions. In proceedings of the 7th international congress on agricultural mechanization and energy. (pp. 565-569), 26-27 May, Adana, Turkey.
14. Yousefi A.R., M. Niakousari and F. Khajeie., 2009., Microwave assisted hot air drying of papaya (*Carica Papaya L.*) pretreated in osmotic solution., XXXIII CIOSTA- CIGR V conference, 2009, Reggio Calabria(Italy); pp: 329-333.