مدل سازی عددی فرآیند انتقال جرم بر اساس روش تفاضل متناهی برای خشک شدن محصول خربزه درختی(Papaya)

مهدی مرادی[۱]، علیرضایوسفی[۲]، مهرداد نیاکوثری[۳]

۱- دانشجوی دکتری بخش مکانیک ماشینهای کشاورزی دانشگاه شیراز(نویسنده مسئول)

۲و ۳- به ترتیب: دانشجوی کارشناسی ارشد و استادیار بخش علوم و صنایع غذایی دانشگاه شیراز

moradih@shirazu.ac.ir

چکیده:

در این تحقیق که در دانشکده کشاورزی دانشگاه شیراز انجام گرفت، گیاه خربزه درختی در دمای ٤٥ درجه سانتی گراد توسط خشک کن کابینتی بوسیله جریان هوا با سرعت ۰/۹ متر بر ثانیه و رطوبت نسبی ۳۰درصد خشک گردید. ضریب انتشار رطوبتی گیاه در شرایط آزمایش تعیین گردید. سپس معادله مربوط به انتقال جرم با شرایط مرزی معلوم به صورت دو بعدی بر اساس روش تفاضل متناهی حل گردید. در نهایت ضریب همبستگی بین درصد رطوبت بدست آمده از نمونه های مورد آزمایش و درصد رطوبت حاصل از حل معادله انتقال جرم برابر۰/۹۹٦، میزان RMSE مساوی ۰/۰۰۱۱۵ گردید.

لغات کلیدی: مدل سازی عددی، خربزه درختی، انتقال جرم، خشک کردن.

مقدمه

خشک کردن محصولات کشاورزی یکی از مهمترین روشها برای نگهداری بهتر آنها به حساب می آید. اگر یک محصول بخوبی خشک شود، باکتری های مضر، پتانسیل رشد خود را از دست خواهند داد و در نتیجه به بهبود کیفیت محصول کمک بسیاری می شود. خشک شدن سریع محصولات کشاورزی می تواند موجب ایجاد تنش های حرارتی در آن شده و بنابراین عدم خشک شدن یکنواخت محصولات را به دنبال داشته باشد. بنا براین در طراحی صحیح خشک کن ها باید به دنبال راهی جهت خشک شدن آرام محصولات باشیم. از این رو پی بردن به توصیف دقیق پروسه خشک کردن جهت دستیابی به این منظور می تواند بسیار سودمند باشد. (Haghighi et al., 1990).

در دهه های اخیر کارهای تئوری و آزمایشگاهی بسیار زیادی جهت توصیف دقیق فرایند خشک شدن انجام گرفته است. در بیشتر این تحقیقات صورت گرفته فرض بر این بوده است که انتشار رطوبت در داخل محصول تعیین کننده نرخ خشک شدن آن باشد.

(Pabis and Henderson,1961; Henderson and perry, 1967;Young and Whitaker, 1971; Hosain et al., 1973).

البته این فرض به دلیل این که اکثر عملیات خشک کردن محصولات کشاورزی در مرحله با نرخ نزولی صورت می پذیرد، قابل قبول و منطقی است (Brooker et al., 1992). هرچند Chou و Whitaker در سال ۱۹۸۳پیشنهاد کردند که برای کاربرد این فرضیه باید احتیاط لازم را لحاظ نمود، چرا که علاوه بر ضریب انتشار رطوبت درون ماده، خاصیت مویینگی جرمی، فشار های اسمزی و فشار های ثقلی می تواند بر پروسه خشک شدن و نرخ آن تاثیرگذار باشند. البته در این تحقیق، نرخ خشک شدن به عنوان تابعی از ضریب انتشار رطوبت در داخل محصول در نظر گرفته شده است.

در سال 1986 Sokhansanj و Bruce مدلی را برای خشک شدن دانه ها پیشنهاد کردند. آنها در این مدل فرض کردند، انتشار رطوبت از داخل دانه به سطح به صورت مایع انجام می شود و مایع از روی سطح ماده توسط هوای داغ به بخار تبدیل می گردد. بر این اساس برای پیش بینی نرخ خشک شدن در هر لحظه نیاز به اطلاع از دمای درون دانه و گرادیان رطوبتی در همان لحظه بود.

اما با توجه به تعریف معادله انتقال جرم و انتقال حرارت می توان به میزان درصد رطوبت و درجه حرارت در هر لحظه از زمان دسترسی پیدا کرد. عموما روش های مختلفی برای حل این معادلات وجود دارد. دو روش کلی آن حل تحلیلی و حل عددی معادلات انتقال جرم و انتقال حرارت می باشد (Brooker et al.,1992).

خشک کردن شامل یک مجموعه ترکیبی از معادلات انتقال جرم و انتقال حرارت می باشد (Gustavo and Barbosa, 1996, Fellows 2000). مهمترین هدف از مدل کردن فرآیند خشک شدن پیش بینی نرخ خشک شدن محصول می باشد. به منظور پیش بینی بهتر فرآیند خشک شدن محصولات کشاورزی، خشک کردن به روش لایه نازک بهترین حالت می باشد (مرادی و زمردیان، ۱۳۸۷). به طور کلی سه نوع مدل برای پیش بینی فر آیند خشک شدن وجود دارد: مدل های تئوری که به مشخصات دانه بستگی دارد. مدلهای تجربی که از روی نتایج آزمایش بهترین مدل را با برازش دادن بین میانگین داده های آزمایش بدست می آورند. مدلهای نیمه تجربی حالتی بین مدلهای تئوری و تجربی هستند که بر اساس قانون فیک در فرآیند انتشار بدست می آیند و ضرایب آنها بسته به شرایط آزمایش تعیین می گردند. این مدلها شامل مدلMidilli, Henderson, Page, Modified page و... هستند(Midilli,2002, Demirate, 1998, Ozdomier, 1999).

در سال ۱۹۹۰ Haghigh و همکاران بوسیله روش اجزا محدود نرخ خشک شدن دانه جو را پیش بینی کردند. آنها محصول را در دماهای متفاوت خشک کردند و توانستند از حل همزمان دو معادله انتقال جرم و انتقال حرارت به سنتیک خشک شدن آن دسترسی پیدا کنند. شرایط اولیه و مرزی که آنها برای معادله انتقال جرم درنظر گرفتند به صورت زیر بود:

$$M = M_i \quad , t \leq 0 \qquad (1)$$

$$M_s = e^{-\gamma t}(M_i - M_e) + M_e \quad , t \geq 0 \qquad (2)$$

$$M_e = 0.272 - 0.0966\ln(1 - RH) - 0.054\ln(T_a) \qquad (3)$$

$$\gamma = j + pM_i + qT_a \qquad (4)$$

که ضرایب j, p , q به وسیله Bruce در سال ۱۹۸٦ به گونه ای انتخاب شدند که با نتایج آزمایش بیشترین برازش را داشته باشند.

پاپایا یا خربزه درختی میوه ای شیرین است که دارای ویژگیهایی شبیه خربزه و سیب می باشد. این میوه غنی از ویتامین C و همچنین بتا-کریپتوزانتین می باشد که این ترکیبات در سلامتی نقش مهمی دارند. آنزیم پاپائین موجود در این میوه نوعی پروتئاز می باشد و به همین جهت استفاده از این میوه در تولید ژلاتین سبب جلوگیری از تشکیل ژلی سفت می گردد (Yousefi et al., 2009).

تجزیه و تحلیل تئوری

معادله انتقال جرم یک معادله مشتق جزئی خطی از نوع سهموی به صورت روبرو می باشد:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 M}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 M}{\partial^2 y}\right) \qquad (5)$$

که:

M: درصد رطوبت محصول (اعشاری)

x,y: ضخامت و طول محصول(برای محصولاتی که مدل آنها مدل صفحه تخت انتخاب می شود).

t: زمان(دقیقه)

D: ضریب انتشار رطوبتی داخل محصول (m^2/s)

این معادله می تواند به دو صورت تحلیلی و عددی حل گردد. که حل تحلیلی این معادله در این پژوهش مورد بحث نمی باشد.

برای حل این معادله به شیوه عددی روش های المان محدود [1] و تفاضل متناهی [2] وجود دارد. که در این مقاله درباره حل به روش تفاضل متناهی بحث می شود.

روش تفاضل متناهی بر پایه تغییرات متغیر وابسته نسبت به تغییرات متغییر مستقل بنا نهاده شده است.

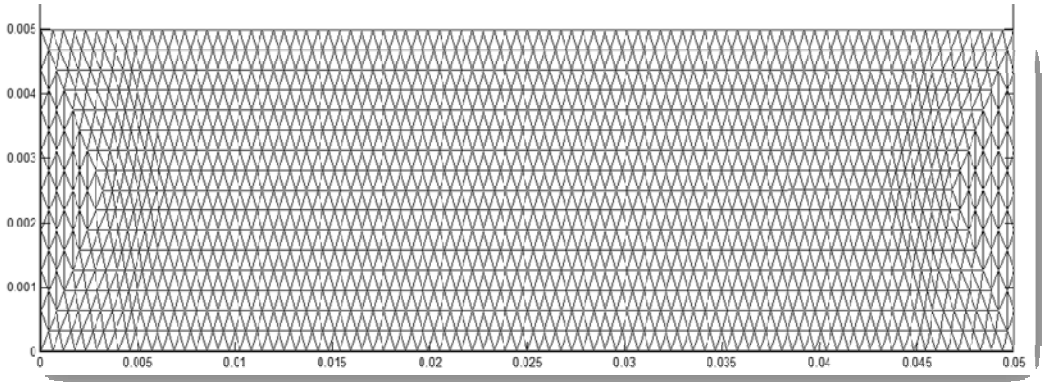
عموما روش تفاضل متناهی برای حل عددی کلیه معادلات دیفرانسیل و جزئی مورد استفاده قرار می گیرد. در این روش از تعریف مشتق برای حل عددی معادلات به صورت زیر استفاده می شود:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{M(x+h,y,t)-M(x,y,t)}{h} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial^2 x} = \frac{M(x+h,y,t)-2M(x,y,t)+M(x-h,y,t)}{h^2} \qquad (7)$$

(Jaiswal and Khandelwal., 2009)

مقدار h بستگی به دقت انتخاب شده داشته که درنهایت منجر به انتخاب صفحه ای با مش بندی مثلثی به صورت زیر می شود (شکل ۱).



شکل۱- المان بندی صفحه مستطیلی نمونه خربزه درختی

مواد و روش ها

[1] Finite element method
[2] Finite difference method

در این تحقیق که در بخش علوم و صنایع غذایی دانشکده کشاورزی دانشگاه شیراز انجام گرفت، خربزه درختی با رطوبت اولیه ۵۸۹/۱۸ درصد بر مبنای خشک توسط دستگاه خشک کن کابینتی خشک شد. دمای هوای خشک کننده ٤٥درجه سانتی گراد، رطوبت نسبی آن ۳۰درصد و سرعت آن ۰/۹متر بر ثانیه انتخاب گردید. قطعات مکعب شکل با ابعاد۵×۲×۰/۵ سانتی متر مکعب از محصول بریده شده و به روش لایه نازک خشک گردید. در طول پروسه خشک کردن ١٦ مرتبه از محصول در حال خشک شدن نمونه برداری شد و به مدت ۱۲ ساعت در آون الکتریکی تحت دمای ۸۰ درجه سانتی گراد قرار گرفته تا درصد رطوبت نمونه در زمانهای مورد نظر بدست آید. زمانهای نمونه برداری عبارت بودند از دقایق:۰، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ٤٠، ٦٠، ۸۰، ۱۰۰، ۱٤٠،۱۲۰،۱۸۰،۲۱۰، ۲٤٠، ۲۵۰، ۲٦٠ و ۲۷۵. پس از ترسیم نمودار خشک شدن این نتیجه حاصل شد که عملیات خشک شدن مربوط به این گیاه در فاز نزولی صورت می پذیرد.

برای تعیین ضریب انتشار رطوبتی از قانون فیک درانتقال جرم استفاده گردید. در هر یک از زمان های نمونه برداری ذکر شده یک مقدارمشخص برای ضریب انتشار بدست آمد ولی در نهایت از میانگین این مقادیر در معادله انتقال جرم استفاده گردید. مقدار میانگین ضریب انتشار رطوبتی در شرایط آزمایش برای این محصول $۰/۰۰۰۰۰۱۵۳m^2/s$ بدست آمد.

شکل۲- ابعاد طولی و عرضی نمای موردتحلیل در MATLAB

برای حل معادله به روش تفاضل متناهی از نرم افزار برنامه نویسی MATLAB 7 استفاده شد. از آنجایی که درصد رطوبت اولیه محصول بر پایه خشک مساوی ۵/۸۹۱۸ (اعشاری) بود، شرایط مرزی و اولیه این محصول به صورت زیر درنظرگرفته شد.

$M_0 = 5.8918$

$$M(x_0, y, t) = e^{-\gamma t}(M_0 - M_e)$$

$$M(0, y, t) = e^{-\gamma t}(M_0 - M_e)$$

$$M(x, y_0, t) = e^{-\gamma t}(M_0 - M_e)$$

$$M(x, 0, t) = e^{-\gamma t}(M_0 - M_e)$$

که ضریب γ مانند معاله ۲بر اساس داده های آزمایش مساوی ۰/۰۱۲۹٤۸ بدست آمد(Bruce., 1986 and Haghighi et al., 1990).

که میزان رطوبت تعادلی (M_e) محصول تقریبا برابر رطوبت هوای خشک کننده (۰/۰۲) در نظر گرفته شد.

به دلیل این که بیشترین میزان انتشار رطوبتی از بزرگترین سطح اتفاق می افتد سطح ۵× ۰/۵سانتی متر مربع برای در نظر گرفتن تغییرات رطوبتی در نظر گرفته شد، چرا که شرایط مرزی ضلع های بالا و پایین این سطح نشان دهنده خروج رطوبت از سطوح بزرگ هستند. درنهایت تغییرات رطوبت را در دوجهت x,y بدست می دهد.

نتایج و بحث

خربزه درختی با رطوبت اولیه ۵۸۹/۱۸ درصد(برمبنای خشک) از منطقه باهوکلات سیستان و بلوچستان تهیه شده و برای خشک شدن به دانشکده کشاورزی دانشگاه شیراز منتقل شد. این محصول به قطعات مکعب شکل ۵×۲×۰/۵ سانتی مترمکعب تبدیل گردید و توسط خشک کن کابینتی تحت دمای ٤۵درجه سانتی گراد و با رطوبت نسبی محیط ۳۰درصد، به روش لایه نازک خشک گردید. در طول مدت زمان خشک شدن، ١٦ بار نمونه برداری برای اندازه گیری درصد رطوبت محصول انجام شد.

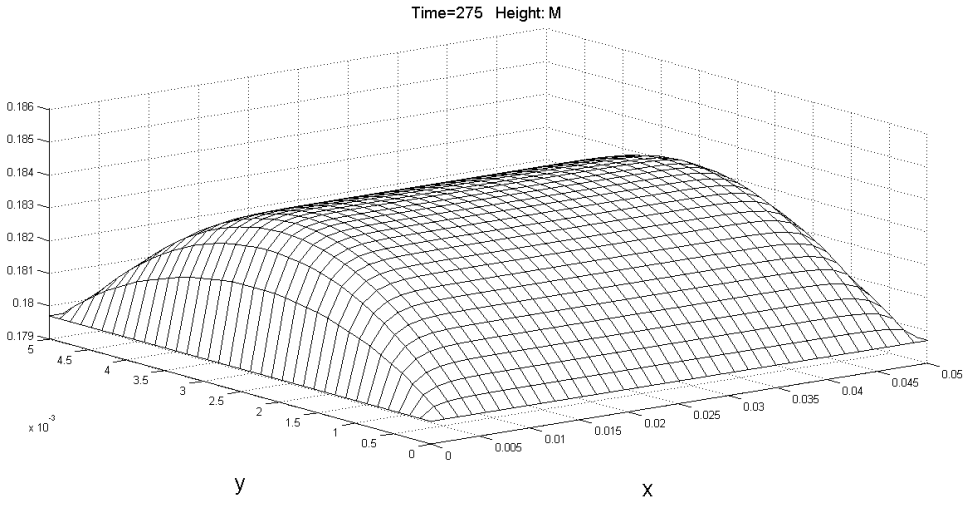
ضریب انتشار رطوبتی محصول با استفاده از درصد رطوبت آن در طول مدت زمان خشک شدن بدست آمد. برای پیش بینی درصد رطوبت در هر زمان و مکان از قطعه محصول، معادله دیفرانسیل جزئی انتقال جرم با استفاده از روش تفاضل متناهی حل گردید. برای حل این معادله از نرم افزار برنامه نویسی MATLAB 7 استفاده شد.

این معادله برای همه زمانهای نمونه برداری ذکرشده حل گردید که نمودارهای بدست آمده در دقایق۱۰، ۲۱۰ و۲۷۵ به عنوان نمونه آورده شده است (اشکال ۳، ٤، ۵، ٦ و۷).

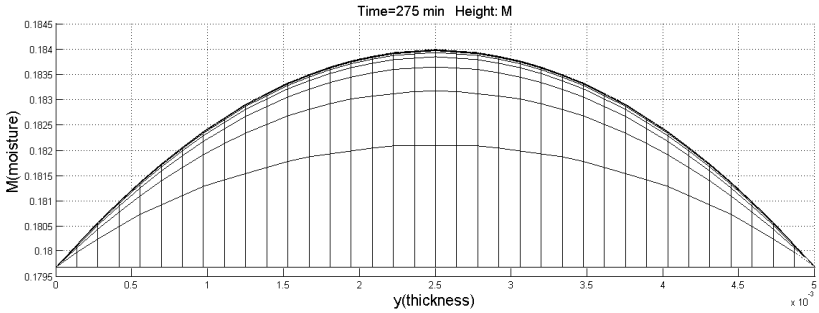
پراکندگی رطوبت برای دقیقه۲۷۵، به صورت شکل ۳ بدست آمد.

همان گونه که از این نمودار مشخص می شود میزان تغییرات رطوبت در راستای ضخامت صفحه بیشتر از میزان تغییرات رطوبت در راستای طول صفحه است به گونه ای که تغییرات رطوبت در راستای طول(ضلع۵سانتی متری)

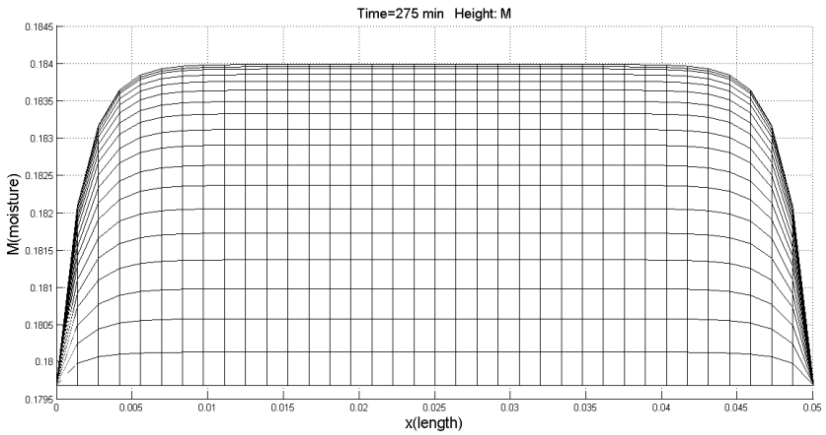
آنقدر کم است که آنرا می توان ثابت در نظر گرفت. ا این امر می تواند به دلیل بیشتر بودن میزان رطوبت دهی محصول به بیرون، از صفحه های بزرگ آن باشد. بنابراین میزان انتشار رطوبت از ضخامت قطعه خیلی بیشتر از طول آن خواهد بود. از این رو تغییرات رطوبت فقط در راستای ضخامت قطعه در نظر گرفته شد(اشکال۳و٤و٥).



شکل۳- نمودار تغییرات رطوبت در دو بعد x و y

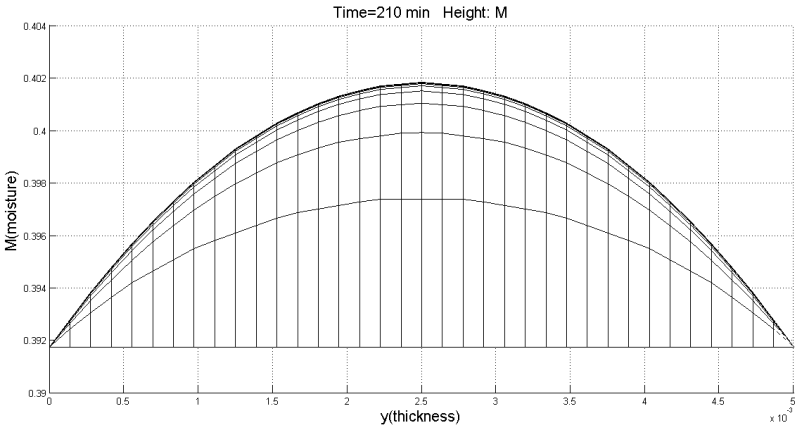


شکل٤- نمودار پراکندگی رطوبت در راستای ضخامت قطعه در دقیقه۲۷۵

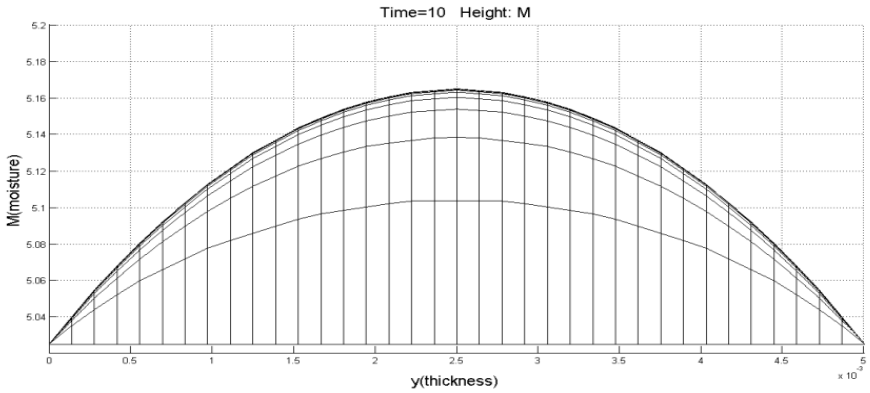


شکل ۵- نمودار پراکندگی رطوبت در راستای طول قطعه در دقیقه۲۷۵

به این ترتیب برای هر زمان می توان نمودار پراکندگی رطوبت در داخل قطعه را ترسیم کرد. به عنوان نمونه نمودار تغییرات رطوبتی دقایق ۲۱۰و۱۰دقیقه نیز در زیر آورده شده است. همه این نمودار ها از نظر شکل ظاهری شبیه به همدیگر هستند. به گونه ای که در دو طرف قطعه میزان رطوبت کمتر از میزان رطوبت در وسط قطعه است.

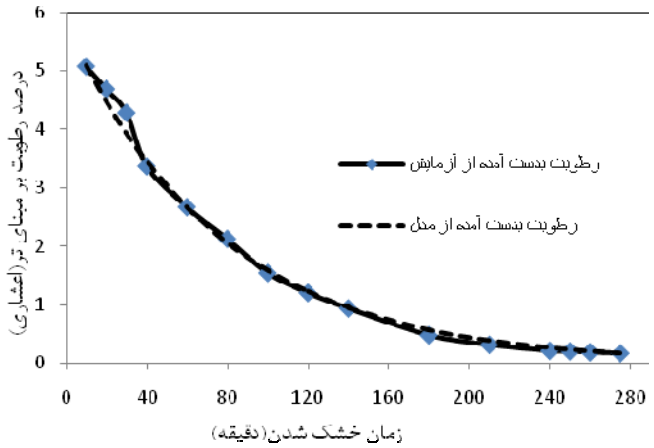


شکل٦- نمودار پراکندگی رطوبت در راستای ضخامت قطعه در دقیقه ۲۱۰



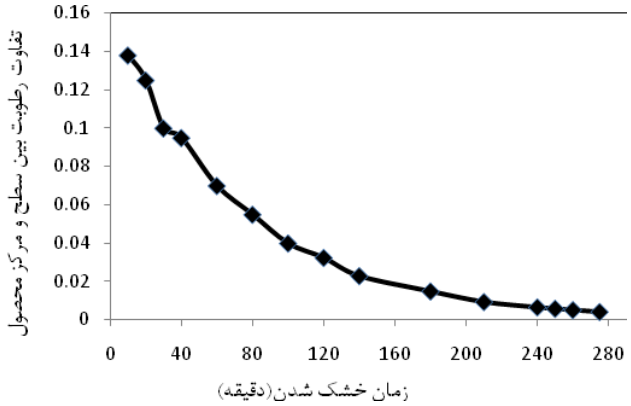
شکل۷- نمودار پراکندگی رطوبت در راستای ضخامت در دقیقه۱۰

به همین ترتیب برای ۱۶ زمان مختلف (دقایق۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۶۰، ۸۰، ۱۰۰، ۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰، ۲۱۰، ۲۴۰، ۲۵۰، ۲۶۰ و۲۷۵) نمودار پراکندگی رطوبت در داخل نمونه اندازه گیری گردید. برای هر زمان، میانگین رطوبت داخل نمونه بدست آمد. سپس میانگین رطوبت نمونه در هر زمان با داده های بدست آمده از آزمایش مقایسه گردید (نمودار۱). نتایج نشان دادکه میزان همبستگی بین داده های آزمایش و داده های بدست آمده از مدل برابر ۰/۹۹۶ و میزان RMSE[1] مساوی ۰/۰۰۱۱۵ است.



نمودار۱- مقایسه بین داده های بدست آمده از مدل و داده های بدست آمده از آزمایش

همچنین اختلاف محتوی رطوبت بین حداقل و حداکثر مقدار آن در داخل قطعه (سطح و مرکز محصول) در زمان های مختلف باهم مقایسه گردید (نمودار۲). نتایج نشان داد که با گذشت زمان اختلاف رطوبت بین سطح و مرکز محصول، کمتر شده به گونه ای که در نهایت، نمونه به تعادل رطوبتی نزدیک می شود. این نتیجه کاملا منطقی است و این خود دلیلی بر درستی مدل مربوطه می باشد (Brooker et al., 1990).



[1] (Root Mean Square of Error)

نمودار۲- – اختلاف رطوبت بین سطح و مرکز محصول در زمانهای متفاوت خشک شدن(بدست آمده از مدل تئوری)

نتیجه گیری

در این تحقیق که در دانشگاه شیراز انجام گرفت، معادله انتقال جرم به کمک نرم افزار MATLAB 7 بر اساس روش تفاضل متناهی حل گردید. به گونه ای که مقدار رطوبت محصول خربزه درختی در زمان های مختلف در نقاط متفاوت قطعه محصول بدست آورده شد. سپس مقدار رطوبت بدست آمده از این مدل تئوری، با رطوبت بدست آمده از آزمایش مقایسه گردید. همچنین اختلاف رطوبت در سطح و مرکز محصول(بدست آمده از مدل) در زمانهای مختلف خشک شدن با هم مقایسه گردید و نتیجه گرفته شد که با گذشت زمان رطوبت سطح و رطوبت مرکز محصول به هم نزدیکتر می شود که این مسئله با اصل تعادل رطوبتی با گذشت زمان در تطابق کامل است.

منابع

۱- مرادی م.و زمردیان ع. ۱۳۸۷. انتخاب مناسب ترین مدل ریاضی برای خشک کردن زیره سبز در حالت تابش غیر مستقیم در خشک کن خورشیدی فعال. پنجمین کنگره ملی مهندسی مکانیک ماشینهای کشاورزی و مکانیزاسیون، مشهد.

2. Brooker, D.B., Bakker-Arkema, F.W. and Hall, C.W. 1992. Drying and storage of grains and oilseeds. The AVI publishing company, Inc.
3. Bruce, D.M. 1985. Exposed layer barley drying: three models fitted to new data up to 150 C.J. Agric. Eng. Res.32: 337-347.
4. Demirats, C., Ayhan, T., Kaygusuz, K. 1998. Drying behavior of hazelnuts. Journal of the Science of Food and Agriculture. 76: 559-564.
5. Gustavo V. Barbosa-canovas. 1996. Dehydration of foods, springer publications.
6. Haghighi K., Irudayaraj J., stroshine R.L., Sokhansanj S. Grain kernel drying simulation using the finite element method. ASAE ,33(6) ,1990
7. Henderson, S.M. and R.L. Perry. 1967. Agricultural process engineering, 2nd edition. Westport, CT: The AVI publishing company, Inc.
8. Husain, A., C.S. Chen and J.T. Clayton. 1973. Simultaneous heat and mass diffusion in biological materials. J. Agr. Eng. Res.18:343-354.
9. Jaiswal and Khandelwal., 2009. A text book of computer based numerical and statistical technigues.
10. Midilli, A., Kucuk, H., Yapar, Z.A. 2002. New model for single-layer drying. Drying Technology. 20(7): 1503-1513.
11. Ozdemir, M., Devres, Y. 1999. The thin layer drying characteristics of hazelnuts during roasting. Journal of Food Engineering. 42(4): 225-233.
12. Pabis, S. And S.M. Henderson. 1961. Grain drying theory. A critical analysis of the drying curve for shelled maize. J of Agric. Eng. Res. 6(4):272-277.
13. Sokhansanj, S. And D.M. Bruce. 1986. An improved heat transfer model for grain drying simulations. Div. Note DN 1334. Nat. Inst. Agric. Eng., Silso, Engeland.

14. Whitaker, S. And W.T.H. chou. 1983. Drying granular porous media-Theory and experiment. Drying technology: an international journal 1(1):3-33.
15. Young, J.H. and T.B. Whitaker. 1971.Enaluation of the diffusion equation for describing thin layer drying of peanuts in the hull. Transaction of the ASAE 14(2):309-312.
16. Yousefi A.R., M. Niakousari and F. Khajeie., 2009., Microwave assisted hot air drying of papaya (*Carica Papaya L.*) pretreated in osmotic solution., XXXIII CIOSTA- CIGR V conference, 2009, Reggio Calabria(Italy); pp: 329-333.