



مدلسازی یک میکرو شتاب سنج خازنی برای اندازه گیری شتاب زاویه ای در حین واژگونی تراکتور

بهزاد محمدی الستی<sup>۱\*</sup>، عبوض کشوری<sup>۲</sup> و مهدی عباسقلی پور<sup>۱</sup>

۱- استادیار گروه مهندسی مکانیک ماشینهای کشاورزی دانشگاه آزاد اسلامی واحد بناب، behzad.alasti@gmail.com

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی مکانیک ماشینهای کشاورزی دانشگاه آزاد اسلامی واحد بناب

## چکیده

مدل شتاب سنج پیشنهادی برای اندازه گیری شتابهای زاویه ای که در واژگونی تراکتور به آن وارد می شود، از یک تیر یکسر گیردار تشکیل شده است. برای بالا بردن حساسیت به شتابهای کوچک وارده در واژگونی تراکتور از یک جرم متمرکز در انتهای تیر یکسر گیردار استفاده شد. از تئوری کلاسیک حاکم بر شتابهای عرضی تیرها برای بررسی رفتار شتاب سنج خازنی استفاده شد. با توجه به کوچک بودن تغییر شکل ها، در بیان معادله حاکم بر رفتار تیر از تغییر شکل برشی آن صرف نظر شد. در این پروژه مدلی برای حل معادله های غیر خطی حاکم بر رفتار استاتیکی و دینامیکی حسگر مورد نظر پیشنهاد شد و رفتار میکروتیر در شتابهای وارد شده موقع واژگونی تراکتور به سیستم، شبیه سازی شده و تغییرات ظرفیت خازنی تحت تاثیر این تحریکات بدست آمد.

**کلید واژه:** سیستم های میکرو الکترو مکانیک (MEMS)، شتاب سنج خازنی، شتاب زاویه ای، واژگونی تراکتور.

## مقدمه:

کشاورزی یکی از خطرناک ترین صنایع درجهان شناخته شده است. افرادی که در مزارع کار می کنند شامل صاحبان مزارع، اپراتورها، خانواده های کارگران و کارگران اجاره ای پنج برابر بیشتر از سایر نیروهای کار حتی کارگران معدن در معرض خطرات جانی هستند. بطور جهانی در حوادث چرخش تراکتور تقریباً ۱۶۰۰۰ نفر هر سال مجروح می شوند. از سال ۲۰۰۲ به بعد، از ۴۹۰۰ مکان حادثه ساز، ۷۳۰ عدد آن (یعنی تقریباً ۱۵٪) مربوط به کشاورزی مخصوصاً واژگونی تراکتور که عامل اصلی آسیب های جدی و حوادث کشنده رشته کشاورزی در جهان می باشد، بوده است.

احتمال آسیب ندیدن از یک تراکتور واژگون شده بسیار کم است. مگر اینکه تراکتور مجهز به محافظ واژگون شدن و کمربندهای ایمنی باشد. واژگون شدن به عقب در عرض کمتر از ۱/۵ ثانیه بعد از بالا رفتن اتفاق می افتد. اپراتور کمتر از ۳/۴ ثانیه فرصت دارد که پی ببرد چه اتفاق در شرف جریان است و اقدامات لازم را بخواهد انجام دهد. معمولاً قبل از اینکه راننده برای جلوگیری از سقوط تراکتور کاری انجام دهد تراکتور واژگون شده است.

وقتی که یک تراکتور در حین انجام کار است همه نیروهای زیر همزمان روی تراکتور عمل می کنند. هر یک از این نیروها به تنهایی قادر به واژگون کردن تراکتور است. اما بیشتر، واژگون شدن تراکتور به واسطه ترکیب همه این نیروها انجام می گیرد:



۱. نیروی ثقل
۲. نیروی گریز از مرکز
۳. گشتاور محور عقب
۴. اهرم بندی مالبند یا نقطه اتصال

در تراکتورهای متداول دو چرخ محرک، چرخ های عقب ، دیفرانسیل، گرداننده نهایی، جعبه دنده و اطاقک تراکتور بیش از قسمتهای دیگر وزن دارند. مرکز ثقل تراکتور پشت نقطه میانی طول تراکتور قرار میگیرد و از آنجا که بیشتر وزن تراکتور در بالای ارتفاع اکسل حمل میشود مرکز ثقل آن بالای این سطح قرار میگیرد. اگر مرکز ثقل تراکتور به خارج از پایه ثبات منتقل شود منجر به واژگون شدن به عقب تراکتور میشود. پایه ثبات تراکتور از طریق محل (عرض) چرخهای عقب و نوع شاسی که چرخهای جلو را حمایت میکند تعیین میشود زیرا شاسی تراکتورهای با محور عریض جلو بر نقاط لولایی در محور جلو حمایت شده است. و برای تراکتورهای نوع ۳ چرخ، پایه ثبات بصورت مثلث میباشد اما نقطه لولا در محورهای عریض جلو، بالاتر است و بنابراین ثبات بیشتری ایجاد میکنند.

عوامل همچون چرخشهای کوتاه و سریع و سرعت زیاد موجب واژگون شدن پهلوئی تراکتور میشود.

دو حالت اصلی واژگونی تراکتور عبارت است از واژگونی پهلوئی و واژگونی عقب.

یک روش برای جلوگیری از واژگونی تراکتور، عامل مکانیکی و الکترونیکی فعال است در این روش به وزنه های تعادل افقی بسیار بزرگ نیاز است و غیرفعال سازی کلاچ الکترونیکی و یا آزاد سازی حفره های سوپاپ از واژگونی تراکتور به پشت جلوگیری می کند.

تعدادی از محققان مخصوصاً نیکول ثابت کردند که می توان ثبات و بی ثباتی تراکتورها را بوسیله میکروسیستم حسگر الکتريکی مکانیکی کم خرج و مخصوصاً سرعت سنج های دو محوری تعیین کرد. این تحقیق توسعه سنسورهای جدید MEMS که شامل یک شتاب سنج خازنی می باشد برای واژگونی پهلوئی و واژگونی به پشت تراکتور را نشان می دهد. آزمایشات تعلیق فعال برای جلوگیری از واژگونی به پشت را تصدیق می کند. این تحقیق با بحثی مبنی بر اینکه رانندگان تراکتور را چگونه از موقعیت های بالقوه خطرناک با استفاده از این مفهوم تازه مطلع کند، نتیجه گیری می کند (Nichol *et al.*, 2005).

محققان نتایج عالی را از آزمایشات واژگونی پهلوئی در تراکتورهای کنترل از راه دور در تمامی تراکتورها به دست آوردند و به این نتیجه رسیدند که یک نمایشگر LCD رنگی برای کمک به رانندگان تراکتور جهت تعیین شرایط ثبات قبلی و کنونی نصب کنند.



جهت مبارزه با واژگونی تراکتور، اندازه گیری دقیق و لحظه‌ای شتاب ضرورت تام دارد. در واقع در شتاب سنجهای مدار باز پس از اندازه‌گیری موقعیت جابجایی المان حس‌کننده شتاب‌سنج، مدار الکتریکی یک سیگنالی را بوجود می‌آورد که بیان‌کننده تغییرات شتاب در حین واژگونی تراکتور در شرایط مختلف کاری است.

این اندازه‌گیری دقیق با استفاده از تکنولوژی شتاب‌سنج‌های MEMS یا میکرو الکترو مکانیکال سیستم امکانپذیر می‌باشد. این تکنولوژی چند دهه‌ای است که بوجود آمده و به سرعت در حال پیشرفت است و هر روز قابلیت‌ها و کارایی‌های این صنعت بیشتر به چشم می‌خورد. علت اولیه در روی آوردن به این صنعت کوچک سازی دستگاهها و سیستم‌ها بوده است. چون ساخت سیستم‌های در ابعاد بزرگ نیازمند صرف هزینه و وقت بیشتری است و دارای معایبی مثل اثر وزن، ابعاد و استهلاک بالا می‌باشد.

ویژگی‌هایی مانند وزن کم، اندازه کوچک، مصرف انرژی پایین، پایداری و مقاومت وسایل ساخته شده با این تکنولوژی روز به روز بر جذابیت و رشد این صنعت می‌افزاید. وسایل MEMS بیشماری وجود دارد که در عرصه‌های مختلفی از علم و مهندسی بطور موفقیت‌آمیزی استفاده شده است. به عنوان مثال می‌توان از کاربردهای وسایل MEMS چاپگرهای سریع، میکروپمپها، آنتن‌های نمایشگر تصویر و شتاب‌سنج‌ها را نام برد که جایگزین وسایل مرسوم شده و در نتیجه باعث کاهش در هزینه شده‌اند. بازار وسایل MEMS بر پایه سیلیکون در سال ۲۰۰۵ به مقدار ۵/۱ میلیارد دلار رسید. این در حالی است که بازار وسایل دیگر MEMS که بر پایه پلی‌مرها می‌باشد و بیشتر معطوف به مشتقات دارویی است در اینجا نشان داده نشده است. بر طبق این پیش‌بینی توقع داریم که این بازار در سال ۲۰۱۰ به میزان ۹/۷ میلیارد دلار برسد. یعنی نرخ رشد ۱۵٪ می‌باشد (Eloy, 2006).

هدف در این تحقیق، طراحی یک میکروشتاب‌سنج خازنی MEMS است تا بتواند شتابهای وارده کوچک در محدوده شتابهای وارده بر تراکتور در حین واژگونی را بطور لحظه‌ای اندازه‌گیری کند. علت استفاده از نوع خازنی این است که حسگر خازنی در شتاب‌سنج‌ها دارای حساسیت بالا، واکنش کم به تغییرات دمایی و ساختار ساده می‌باشد.

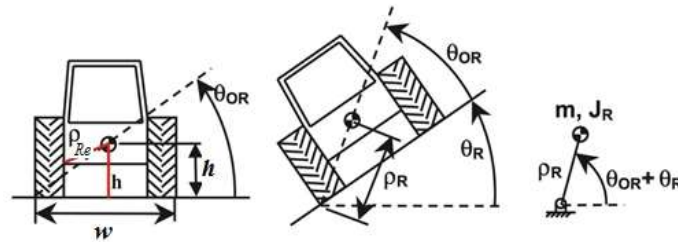
## مواد و روشها

### حالت آونگی پیش‌بینی شده برای واژگونی تراکتور

یک حالت معکوس آونگ ساده برای هر واژگونی پهلویی و واژگونی به پشت در نظر گرفته شده است. در واژگونی پهلویی تمام حرکات روی سطح عمودی جانبی اتفاق می‌افتد. مانند شکل (۱) فرض می‌شود که لولای آونگ، لبه جانبی تیر عقبی در سراسیمبی باشد. طول آونگ  $\rho_R$  و زاویه انحراف در سطح زمین  $\theta_{OR}$  بوسیله ارتفاع مرکز ثقل و نصف عرض لبه خارجی (معادلات ۱ و ۲) محاسبه می‌شوند.

$$\rho_R^2 = h^2 + (w/2)^2 \quad (1)$$

$$\tan \theta_{OR} = 2h / w \quad (2)$$

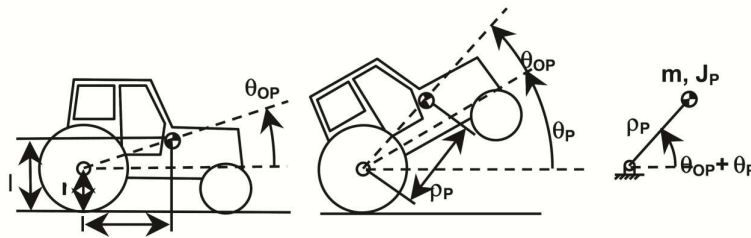


شکل ۱. واژگونی پهلویی تراکتور

در واژگونی به پشت فرض می شود تمامی حرکات در صفحه عمودی طولی بعد از اینکه کلاچ رها می شود، اتفاق می افتد و ولولای آونگ نیز مانند شکل (۲) در محور عقبی در نظر گرفته می شود.

$$\rho_p^2 = (h-r)^2 + S^2 \quad (۳)$$

$$\tan \theta_{op} = (h-r)/S \quad (۴)$$



شکل ۲. نمای شماتیکی واژگونی به عقب تراکتور

برای جلوگیری از واژگونی، مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل برای مدل آونگ معکوس شده، باید کمتر از انرژی پتانسیل هنگامی که زوایای آونگی  $(\theta + \theta_0)$  به حالت عمودی می رسد باشد (معادله ۵). حل برای زاویه آونگ در معادله ۶ و با استفاده از تقریب، معادله پیش بینی ساده نشان داده شده (معادله ۷) را فراهم می کند. ثابت زمانی  $\tau$  برای یک هندسه مشخص تراکتور نسبتاً ثابت خواهد بود.

$$(۵)$$

$$m g p \sin(\theta + \theta_0) + \frac{1}{2}(m p^2 + J)\dot{\theta}^2 < m g p$$

$$(۶)$$

$$\theta + \theta_0 < \arcsin\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{g} + \frac{J}{m g p}\right)\dot{\theta}^2\right)$$

$$\theta + \theta_0 + \dot{\theta} \tau < \frac{\pi}{2} \quad \text{for} \quad \tau = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{g} + \frac{J}{m g p}\right)} \quad (۷)$$



زاویه چرخش  $\theta$  و سرعت چرخش  $\dot{\theta}$  از فیلتر کالمن ممکن است ترکیب شود با ثابت های تراکتور  $\theta_0$  و  $\tau$  بصورت زمان واقعی برای ارزیابی پتانسیل واژگونی.

پیش بینی واژگونی (معادله ۷) بسیار شبیه است به حالت دستگاه تفکیکی پایداری حالت که میچل<sup>۱</sup> و همکاران در سال ۱۹۷۲ با استفاده از معادله دیفرانسیلی غیرخطی مرتبه دوم بوجود آورده بودند. همچنین آن می تواند مورد استفاده قرار گیرد برای پیش بینی زاویه ناپایداری استاتیکی  $\theta_{STATIC}$  که در آن یک تراکتور واژگون خواهد شد اگر در یک شیب استاتیکی همانطور که در معادله ۹ نشان داده شده است قرار گیرد (Sommer *et al.*, 2006).

(۸)

$$\theta_{STATIC} + \theta_0 < \frac{\pi}{2} \quad \text{for} \quad \theta = 0$$

### توصیف مدل پیشنهادی

مدل پیشنهادی شتابسنج برای اندازه گیری شتابهای وارده به تراکتور در هنگام واژگونی، از یک تیر یکسر گیردار تشکیل شده است که یک جرم متمرکز در انتهای آن قرار گرفته است. قرار گرفتن جرم  $m_0$  در انتهای مدل به دلیل شرایط ویژه این شتابسنج برای اندازه گیری شتابهای کوچک وارده به شتابسنج می باشد. در ابتدا وقتیکه این جرم در انتهای مدل قرار نداشت، پس از حل کردن معادلات حاکم بر مدل مشخص شد که شتابسنج قادر به اندازه گیری شتابهای کوچک نمی باشد و شتابهای خیلی بزرگ را اندازه گیری می کند. پس برای برطرف کردن این مشکل و بالا بردن حساسیت شتابسنج به شتابهای کوچک وارده به تراکتور در هنگام واژگونی، از یک جرم متمرکز در انتهای آن استفاده کردیم تا شتابسنج نسبت به این شتابها حساسیت کافی را از خود نشان دهد.

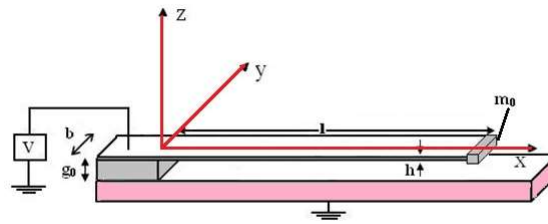
مطابق با شکل (۳) شتابسنج در نظر گرفته شده از نوع خازنی می باشد که در دو سر صفحات خازنی آن ولتاژ ثابت  $V$  برقرار شده است. برای بالا بردن قابلیت الکتریکی صفحات خازنی یک لایه بسیار نازکی را در ضخامت نانو و از جنس آلومینیوم روی صفحات می نشانند. رفتار تیر در اثر اعمال نیروی خارجی وارد شده به آن از تئوری ارتعاشات تیرها پیروی می کند. در اثر اعمال شتاب به شتابسنج، آن به لرزه در می آید و ظرفیت خازنی آن تغییر کرده که نشان دهنده میزان شتاب وارد شده به آن می باشد. همانطور که در شکل (۳) مشخص است، شتابسنج در نظر گرفته شده دارای طول، عرض و ضخامت به ترتیب  $h$ ,  $b$ ,  $l$  می باشد. ابعاد در نظر گرفته شده در مقیاس میکرو می باشند. فاصله بین صفحات خازن (گپ) به اندازه  $g_0$  بوده و دارای ضریب گذردهی خلا  $\epsilon_0$  می باشد.

<sup>1</sup> Mitchell



### معادلات حاکم بر مدل پیشنهادی میکرو شتاب‌سنج خازنی

از تئوی حاکم بر ارتعاشات عرضی تیرها برای بررسی رفتار شتاب‌سنج خازنی که بصورت تیر یکسرگیردار می‌باشد (شکل ۳)، استفاده می‌شود. تیرها از جمله اعضا سازه‌ای یک بعدی هستند که با توجه به نوع بارگذاری آنها که در سطح گذرنده از محور طولی عضو اعمال می‌شود رفتار خمشی داشته و بار وارده را بصورت نیروی برشی و لنگر خمشی به تکیه گاه‌های خود انتقال می‌دهند.



شکل ۳. تصویر شتاب‌سنج خازنی بصورت تیر یکسر گیردار

### معادله استاتیکی غیر خطی حاکم بر میکرو شتاب‌سنج خازنی

با توجه به کوچک بودن تغییر شکلها در تیر و صرفنظر کردن از تغییر شکل برشی تیر، معادله تغییر شکل تیر بر اساس بارهای عرضی اعمالی به صورت زیر می‌باشد:

$$EI \frac{d^4 w_s(x)}{dx^4} = F_e(w_s, V) \quad (9)$$

$$F_e(w_s, V) = \frac{\epsilon_0 b V^2}{2(g_0 - w_s(x))^2} \quad (10)$$

که در رابطه ۹،  $w_s$  انحراف استاتیکی تیر در جهت  $z$ ،  $E$  مدول الاستیسیته،  $I$  ممان اینرسی نسبت به محور  $y$ ،  $V$  اختلاف پتانسیل برقرار شده در دو سر الکترودها و  $F_e$  نیروی الکترواستاتیکی برقرار شده در واحد طول است (Abdel-Rahman *et al.*, 2002). شرایط مرزی به شرح زیر برقرار می‌باشد.

شرایط مرزی حاکم بر تیر در قسمت گیردار:

$$w_s(0) = 0, \quad \left. \frac{dw_s}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad (11)$$

و شرایط مرزی حاکم بر تیر در انتهای آزاد آن:

$$\left. \frac{d^2 w_s}{dx^2} \right|_{x=l} = 0, \quad \left. \frac{d^3 w_s}{dx^3} \right|_{x=l} = 0. \quad (12)$$



### معادله دیفرانسیل غیر خطی حاکم بر رفتار دینامیکی میکرو شتاب‌سنج خازنی

در معادله حاکم بر رفتار دینامیکی تیر همانند معادله استاتیکی از تغییر شکل برشی آن صرف‌نظر می‌شود. در نتیجه می‌توان

نوشت:

(۱۳)

$$EI \frac{\partial^4 w_T(x,t)}{\partial x^4} + (\rho A + m_0 \delta(x-l)) \left( \frac{\partial^2 w_T(x,t)}{\partial t^2} + \rho_{Re} \alpha \right) + c \frac{\partial w_T(x,t)}{\partial t} = \frac{\varepsilon_0 b V^2}{2(g_0 - w_T(x,t))^2}$$

که  $A$  سطح،  $\rho$  چگالی،  $\alpha$  شتاب زاویه ای که باید سنجیده شود،  $\rho_{Re}$  فاصله حسگر شتاب‌سنج از مرکز ثقل تراکتور،  $c$  ضریب میرایی بر واحد طول،  $m_0$  جرم قرار گرفته در فاصله  $l$  روی تیر،  $\delta(x-l)$  تابع ضربه و  $w_T$  جابجایی تیر می‌باشد (Younis and Abdel-Rahman, 2002). با توجه به کوچک بودن جرم  $m_0$  از جابجایی ناچیز ایجاد شده آن صرف‌نظر می‌شود.

می‌دانیم که جابجایی کل برابر است با مجموع جابجایی استاتیکی و دینامیکی:

(۱۴)

$$w_d(x,t) = w_s(x) + y(x,t)$$

که  $y(x,t)$  ارتعاشات کوچک حول نقطه تعادل استاتیکی می‌باشد. در نتیجه معادله ۱۴ بصورت زیر تبدیل می‌شود:

(۱۵)

$$EI \frac{\partial^4 (w_s(x) + y(x,t))}{\partial x^4} + (\rho A + m_0 \delta(x-l)) \left( \frac{\partial^2 (w_s(x) + y(x,t))}{\partial t^2} + \rho_{Re} \alpha \right) + c \left( \frac{\partial (w_s(x) + y(x,t))}{\partial t} \right) = \frac{\varepsilon_0 b V^2}{2(g_0 - (w_s(x) + y(x,t)))^2}$$

و با نوشتن بسط تیلور نیروی الکترواستاتیکی حول نقطه تعادل استاتیکی  $w_s$  برای طرف دیگر معادله ۱۵ داریم:

(۱۶)

$$\frac{\varepsilon_0 b V^2}{2(g_0 - (w_s(x) + y(x,t)))^2} = \frac{\varepsilon_0 b V^2}{2(g_0 - w_s(x))^2} + \frac{\varepsilon_0 b V^2}{(g_0 - w_s(x))^3} y(x,t) + O(2)$$

با صرف‌نظر کردن از مشتقات مراتب بالاتر در معادله ۱۶ و جاگذاری آن در معادله ۱۵ داریم:

(۱۷)

$$EI \frac{d^4 w_s(x)}{dx^4} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + (\rho A + m_0 \delta(x-l)) \left( \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \rho_{Re} \alpha \right) + c \left( \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right) = \frac{\varepsilon_0 b V^2}{2(g_0 - w_s(x))^2} + \frac{\varepsilon_0 b V^2}{(g_0 - w_s(x))^3} y(x,t)$$

با حذف معادله استاتیکی ظاهر شده، معادله ارتعاشات کوچک حول نقطه تعادل استاتیکی به صورت زیر می‌باشد:



(۱۸)

$$L(y(x, t)) = EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + (\rho A + m_0 \delta(x-l)) \left( \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + \rho_{\text{rel}} \alpha \right) + c \left( \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right) - \frac{\varepsilon_0 b V^2}{(g_0 - w_s(x))^3} y(x, t) = 0$$

بطوریکه  $L(y(x, t))$  اپراتور دیفرانسیلی خطی می‌باشد و  $\varepsilon$  شرایط مرزی مشابه با شرایط مرزی (۱۱) و (۱۲) را ارضا می‌کند.

### ظرفیت خازنی شتاب‌سنج

برای اندازه‌گیری ظرفیت خازنی با توجه به مدل مورد نظر و شکل جابجایی‌های آن، از رابطه زیر برای اندازه‌گیری ظرفیت کل

خازن در طول زمان استفاده می‌کنیم (علیدوست و همکاران، ۱۳۸۵):

$$C(t) = \int_0^l \frac{\varepsilon_0 b}{(g_0 - w_T(x, t))} dx \quad (۱۹)$$

### حل عددی معادلات

#### معادله استاتیکی

حل کردن معادله غیر خطی مشکل بوده و در بیشتر موارد حل تحلیلی برای آنها وجود ندارد. حل عددی آنها نیز با استفاده از روش اختلاف محدود و یا المانهای محدود منجر به دستگاه معادلات جبری غیر خطی می‌شوند که حل این دستگاه معادلات نیز نیاز به صرف زمان بیشتر بوده و در بیشتر موارد نیز ممکن است حلها ناپایدار شوند. لذا نیمی از محققین برای حل معادله غیر خطی حاکم بر تغییر شکل استاتیکی تیر آنرا حول نقطه  $w_s = 0$  خطی کرده‌اند. ولیکن خطی کردن معادلات حول  $w_s = 0$  بویژه در مواردی که ولتاژ اعمالی زیاد بوده و خیزها بزرگ هستند خطاهای زیادی را در حلها بوجود می‌آورد. پس برای حل معادلات حاکم از روش خطی سازی گام به گام یا  $SSLM^2$  استفاده شده است (Rezazadeh et al., 2006).

بر اساس روش خطی سازی گام به گام اگر  $w^k$  جابجایی شتاب‌سنج در اثر ولتاژ  $V^k$  باشد داریم:

(۲۰)

$$w^{k+1} = w^k + \psi(x)$$

(۲۱)

$$V^{k+1} = V^k + \delta V$$

پس با توجه به معادله (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

<sup>2</sup>Step-by-Step Linearization Method





(۲۲)

$$EI \frac{d^4(w^{k+1})}{dx^4} = \frac{\varepsilon_0 b (V^{k+1})^2}{2(g_0 - w^{k+1})^2}$$

(۲۳)

$$EI \frac{d^4(w^k)}{dx^4} = \frac{\varepsilon_0 b (V^k)^2}{2(g_0 - w^k)^2}$$

با کم کردن ۲۳ از ۲۲ داریم:

(۲۴)

$$EI \frac{d^4(\psi)}{dx^4} = \frac{\varepsilon_0 b (V^{k+1})^2}{2(g_0 - (w^k + \psi))^2} - \frac{\varepsilon_0 b (V^k)^2}{2(g_0 - w^k)^2}$$

با نوشتن بسط تیلور نیروی الکترواستاتیکی حول  $w^k$  برای اولین ترم از سمت راست معادله (۲۴) داریم:

(۲۵)

$$\frac{\varepsilon_0 b (V^{k+1})^2}{2(g_0 - (w^k + \psi))^2} = \frac{\varepsilon_0 b (V^{k+1})^2}{2(g_0 - w^k)^2} + \frac{\varepsilon_0 b (V^{k+1})^2}{(g_0 - w^k)^3} \psi$$

که در نهایت معادله خطی زیر برای بدست آوردن  $\psi$  حاصل می‌شود:

(۲۶)

$$EI \frac{d^4(\psi)}{dx^4} - \frac{\varepsilon_0 b (V^{k+1})^2}{(g_0 - w^k)^3} \psi = \frac{\varepsilon_0 b ((V^{k+1})^2 - (V^k)^2)}{2(g_0 - w^k)^2}$$

حال با توجه به روند حل استاتیکی تیر برای پیدا کردن نتایج استاتیکی با کد نویسی در نرم افزار متلب نتایج مورد نظر استخراج شده است.

### حل عددی معادله دینامیکی

روشهای مختلفی برای حل معادلات دیفرانسیلی خطی و غیر خطی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به روش باقیمانده‌های وزنی اشاره کرد. این روش تکنیکی است که از آن می‌توان برای بدست آوردن حل تقریبی معادلات دیفرانسیل خطی و غیر خطی استفاده کرد. در حل معادله دینامیکی با استفاده از این روش نیاز به یافتن تابع وزنی مطلوب مسئله می‌باشد، که با استفاده از این تابع وزنی و استفاده از روش گالرکین-بابنوف<sup>۳</sup> می‌توان آنرا حل کرد. یک تقریب  $N$  جمله‌ای برای ارتعاشات کوچک تیر را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

<sup>3</sup> Galerkin-Bubnov

(۲۷)

$$y_N(x, t) = \sum_{n=1}^N u_n(t) \varphi_n(x) \quad j = 1, \dots, N$$

که  $u_n(t)$  و  $\varphi_n(x)$  به ترتیب توابعی بر حسب زمان و شکل هستند. توابع شکل طوری انتخاب می‌شوند که شرایط مرزی هندسی را ارضا کنند. در نتیجه با جایگذاری در معادله ارتعاشات کوچک، تابع خطای زیر حاصل می‌شود:

(۲۸)

$$L(y_N(x, t)) = EI \sum_{n=1}^N \varphi_n''''(x) u_n(t) + (\rho A + (m_0 \delta(x-l))) \left[ \sum_{n=1}^N \varphi_n(x) \ddot{u}_n(t) \right] + \rho_{Re} \alpha + c \sum_{n=1}^N \varphi_n(x) \dot{u}_n(t) - \frac{\varepsilon_0 b V^2}{(g_0 - w(x))^3} \sum_{n=1}^N \varphi_n(x) u_n(t) = E_r(x, t)$$

که  $E_r(x, t)$  مقدار باقیمانده یا خطا می‌باشد. در روش گالرکین- بانوف اگر مقدار مجموع باقیمانده تحت تابع وزن توابع شکل صفر باشد جوابهای با دقت بالایی حاصل می‌شود. در نتیجه با مساوی صفر قرار دادن وزنی خطاها در طول تیر، بطوریکه مطابق با روش گالرکین- بانوف تابع وزنی  $\varphi_j(x)$  همان تابع شکل باشد، داریم:

(۲۹)

$$\int_0^l \varphi_j(x) \cdot L(y_N(x, t)) dx = 0 \quad j = 1 \dots N$$

با استفاده از معادله (۲۸) معادله (۲۷) بصورت زیر تبدیل می‌شود (علیدوست و همکاران، ۱۳۸۵):

(۳۰)

$$\rho A \sum_{n=1}^N \left\{ \int_0^l \varphi_j(x) \varphi_n(x) dx \right\} \ddot{u}_n(t) + m_0 \sum_{n=1}^N \left\{ \int_0^l \delta(x-l) \varphi_j(x) \varphi_n(x) dx \right\} \ddot{u}_n(t) + c \sum_{n=1}^N \left\{ \int_0^l \varphi_j(x) \varphi_n(x) dx \right\} \dot{u}_n(t) + EI \sum_{n=1}^N \left\{ \int_0^l \varphi_j(x) \varphi_n''''(x) dx \right\} u_n(t) - \sum_{n=1}^N \left\{ \int_0^l \frac{\varepsilon_0 b V^2}{(g_0 - w(x))^3} \varphi_j(x) \varphi_n(x) dx \right\} u_n(t) + \rho A \rho_{Re} \alpha \left\{ \int_0^l \varphi_j(x) dx \right\} + m_0 \left\{ \int_0^l \delta(x-l) \varphi_j(x) dx \right\} = 0$$

بطوریکه معادلات فوق منجر به تشکیل معادلات دینامیکی معمولی  $N$  درجه آزادی، بصورت زیر می‌شود:

(۳۱)

$$\sum_{n=1}^N M_{jn} \ddot{u}_n(t) + \sum_{n=1}^N C_{jn} \dot{u}_n(t) + \sum_{n=1}^N k_{jn} u_n(t) = F_{jn}$$

بطوریکه که  $M_{jn}$  جرم:

(۳۲)

$$M_{jn} = m_0 \varphi_j(l) \varphi_n(l) + \rho A \int_0^l \varphi_j(x) \varphi_n(x) dx$$



$C_{jn}$  میرایی:

(۳۳)

$$C_{jn} = c \int_0^l \varphi_j(x) \varphi_n(x) dx$$

$K_{jn}$  سختی سیستم است که برابر با تفاضل سختی مکانیکی و الکتریکی می‌باشد:

(۳۴)

$$K_{jn} = K_{jn}^m - K_{jn}^e = EI \int_0^l \varphi_j(x) \varphi_n^{IV}(x) dx - \int_0^l \frac{\varepsilon_0 b V^2}{(g_0 - w(x))^3} \varphi_j(x) \varphi_n(x) dx$$

و بردار نیرو است:

$$F_{jn} = m_0 \rho_{Re} \alpha \varphi_j(l) + \rho A \rho_{Re} \alpha \int_0^l \varphi_j(x) dx \quad (۳۵)$$

با توجه به روند حل معادله دینامیکی حاکم بر شتاب‌سنج با کد نویسی در نرم افزار متلب می‌توان به رفتار شتاب‌سنج رسید.

**جدول ۰۱.** ویژگی‌های هندسی و پارامترهای فیزیکی شتاب‌سنج خازنی مورد مطالعه در این کار داده شده است.

واحد	کمیت	مشخصه
$\mu m$	۳۵۰	طول تیر ( $l$ )
$\mu m$	۹۵	عرض تیر ( $b$ )
$\mu m$	۴۵	ضخامت تیر ( $h$ )
$\mu m$	۲	گپ ( $g_0$ )
Kg	$1.0 \times 10^{-7}$	جرم انتهای تیر ( $m_0$ )
Gpa	۱۶۹	مدول الاستیسیته ( $E$ )
F/m	$1.18541878 \times 10^{-12}$	ضریب گذردهی ( $\varepsilon_0$ )
Kg/m <sup>3</sup>	۲۳۰۰	چگالی ( $\rho$ )
Ns/m <sup>2</sup>	۴۸/۲۶	ضریب میرایی نسبت به واحد طول ( $c$ )
--	۱	شمارنده ( $N$ )

## نتایج و بحث

با استفاده از کدنویسی در نرم افزار متلب<sup>۴</sup> حل استاتیکی و دینامیکی مدل انجام شده و ولتاژ ناپایداری و ظرفیت خازنی سیستم در اثر اعمال شتابهای پله‌ای شبیه‌سازی شده است. ولتاژ ناپایداری، مقدار ولتاژی می‌باشد که میکروبیوم به طور ناگهانی به الکتروود پایینی می‌چسبد (پدیده پولین) و گستره کاری دستگاه را محدود می‌کند. با حل معادله استاتیکی حاکم بر شتاب‌سنج وضعیت پایداری مدل بررسی شد.

## نتایج رفتار استاتیکی مدل

با استفاده از حل معادله استاتیکی شتاب‌سنج می‌توان به ولتاژ ناپایداری آن پی برد. در واقع ولتاژ ناپایداری و ولتاژهای بیشتر از این ولتاژ باعث می‌شوند که شتاب‌سنج قادر به اندازه‌گیری نباشد. با استفاده از ولتاژ ناپایداری گستره ولتاژهایی را که می‌توان برای شتاب‌سنج استفاده کرد، مشخص می‌شود.

با استفاده از روشهای SSLM و روش تفاضلات محدود<sup>۵</sup> بهترین حالت برای تغییرات تدریجی ولتاژ و تعداد المان روی میکروتیر، برای تعیین ولتاژ ناپایداری سیستم در جداول (۲) و (۳) مشخص شده‌اند. بر طبق این جداول با تغییرات ولتاژ ۰.۱ و تعداد المان ۱۲ تا روی تیر، می‌توان ولتاژ ناپایداری سیستم را بدست آورد. همانطور که در شکل (۴) و جداول (۲) و (۳) مشخص است ولتاژ ناپایداری ۱۶/۳ ولت می‌باشد یعنی شتاب‌سنج باید از ولتاژهای کمتر از ۱۶/۳ ولت برای اندازه‌گیری شتاب استفاده کند. در میکروتیر تغییر شکل نقطه آخر برای تعیین ولتاژ ناپایداری مهم بوده که رفتار این نقطه نسبت به افزایش ولتاژ در شکل (۴) نشان داده شده است. در شکل (۵) اثرات افزایش ولتاژهای کمتر از ولتاژ ناپایداری نشان داده شده است. همانطور که مشخص است با افزایش ولتاژ انحراف در تیر بیشتر می‌شود.

### جدول ۲. محاسبه ولتاژ ناپایداری با انتخاب ۱۰۰ المان روی تیر برای گامهای ولتاژ اعمالی مختلف

تغییرات ولتاژ (V)	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۱	۲
ولتاژ ناپایداری (V)	۱۶.۳	۱۶.۳	۱۶.۳	۱۶.۴

### جدول ۳. محاسبه ولتاژ ناپایداری با تغییر ولتاژ به میزان ۰/۱۰ نسبت به تعداد المانهای مختلف

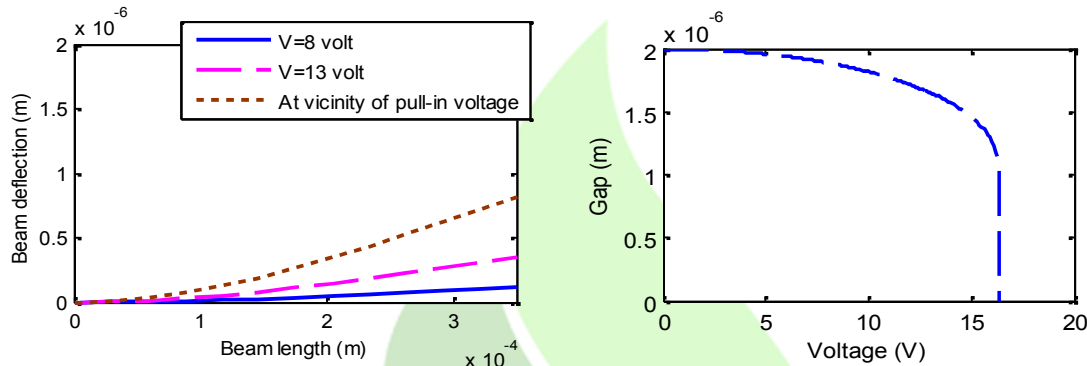
تعداد المان	۵۰	۲۰	۱۲	۱۰
ولتاژ ناپایداری (V)	۱۶.۳	۱۶.۳	۱۶.۳	۱۶.۴

<sup>۴</sup> Matlab

<sup>۵</sup> Finite Difference Method

## نتایج رفتار دینامیکی مدل

با توجه به اینکه شتاب‌سنج باید قادر باشد در شرایط کاری تراکتور اندازه‌گیری‌های لازم را در هر لحظه انجام دهد و داده‌های آنرا برای استفاده استخراج نماید می‌بایست این شرایط را برای تحریکات پله، روی شتاب‌سنج شبیه‌سازی کنیم تا پاسخ آنرا (جابجایی تیر و ظرفیت خازنی در اثر این تحریکات) بدست آوریم.



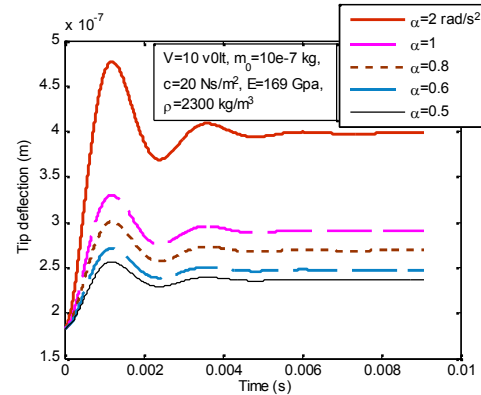
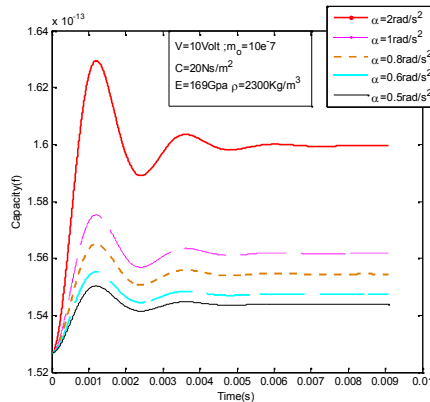
شکل ۵. تغییر شکل تیر نسبت به تغییر طول تیر در ولتاژهای مختلف

شکل ۴. جابجایی نقطه انتهایی تیر با افزایش ولتاژ

برای بررسی رفتار میکروشتاب‌سنج خازنی شتابها در لحظه صفر به سیستم اعمال می‌شوند.  $W_s$  که تغییر شکل استاتیکی تیر نسبت به ولتاژ پایه می‌باشد به عنوان تابع شکل در نظر گرفته شده است.

### پاسخ سیستم به تحریک پله‌ای

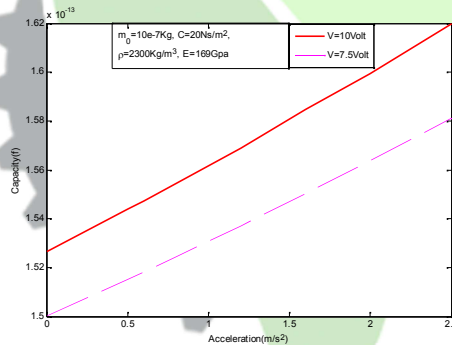
تحریک پله به این صورت است که یک شتاب ثابت در طول زمان به سیستم اعمال می‌شود. شتاب‌های پله‌ای مختلفی بصورت ناگهانی در لحظه  $t = 0$  به سیستم وارد می‌شوند و جابجایی میکروتیر و تغییرات ظرفیت خازنی متناسب با هر کدام از شتاب‌های اعمال شده در ولتاژ کاری ۱۰ ولت مطابق شکل‌های (۶) و (۷) بدست آمده‌اند. همانطور که در شکلها مشخص است پاسخ شتاب‌سنج دارای دو مرحله می‌باشد، حالت گذرا و پایدار. با توجه به میرایی که برای شتاب‌سنج تعریف شده است، جابجایی و ظرفیت خازنی خیلی زود از حالت گذرا خارج و به حالت پایداری می‌رسد بطوریکه مدت زمانی که طول می‌کشد در حد ۰/۰۰۶ ثانیه است. همانطور که مشخص است شتاب‌سنج در این شتاب‌های خیلی کوچک حساست بالایی دارد، یعنی تفکیک پذیری خوبی بین شتابها مشاهده می‌شود. و با افزایش شتاب زاویه ای خیز یک تیر نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۶. میزان تغییر شکل در اثر شتابهای پله ای مختلف

شکل ۷. تغییر ظرفیت خازنی در اثر شتابهای پله ای مختلف

در شکل (۸) حساسیت شتاب‌سنج در ولتاژ کاری ۱۰ ولت و ۷/۵ ولت در شتابهای  $0.2/5 \text{ m/s}^2$  با همدیگر مقایسه شده است. همانطور که در شکل مشخص می‌باشد در مقدار ولتاژ کاری بالاتر ظرفیت خازنی بدست آمده بیشتر است که نشان دهنده حساسیت بالاتر سیستم در ولتاژهای بالاتر می‌باشد. البته باید توجه داشت که ولتاژ کاری اعمال شده باید کمتر از ولتاژ ناپایداری باشد. با مقایسه کار علی‌دوستی و همکاران (۱۳۸۵) مشاهده می‌شود که آنها هم نتایج مشابهی بدست آورده اند.



شکل ۸. تغییر ظرفیت خازن با افزایش شتاب

## نتایج و بحث

در این پروژه برای حل معادله‌های غیرخطی حاکم بر رفتار استاتیکی و دینامیکی مدل پیشنهاد شده شتاب‌سنج خازنی از روش SSM و گالرکین بانوف استفاده شد. رفتار استاتیکی و دینامیکی شتاب‌سنج در شتابهای پله‌ای وارد به سیستم شبیه‌سازی شد و ظرفیت خازنی متاثر از این تحریکات بدست آمد. همانطور که مشخص شد، شتاب‌سنج در محدوده شتابهای کوچک در حین واژگونی حساسیت خوبی را از خود نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ولتاژ کاری حساسیت وسیله افزایش یافته ولی محدوده اندازه‌گیری شتابها کاهش می‌یابد اما کاهش ولتاژ کاری باعث کم شدن حساسیت و افزایش یافتن گستره اندازه‌گیری شتابها می‌شود.

## منابع

۱. علیدوست، م.، رضازاده، ق.، و حداد درفشی، م.ع. ۱۳۸۵. طراحی یک میکرو شتاب سنج خازنی برای اندازه گیری شتاب روی صندلی تراکتور. پنجمین کنگره ملی مهندسی ماشین‌های کشاورزی و مکانیزاسیون مشهد.
2. Abdel-Rahman, E., M. Younis, and A. Nayfeh. 2002. Characterization of the mechanical behavior of an electrically actuated microbeam. *Journal of Micromechanics and Micro-engineering* 12: 759-766.
3. Eloy, J. 2006. Status of the MEMS industry in Microsystem. *Journal of Technologies*. 66(4): 521-525.
4. Nichol, C.I., H.J. Sommer, and D.J. Murphy. 2005. Simplified Overturn Stability Monitoring of Agricultural Tractors. *Journal Agriculture Safety and Health* 11: 99-108.
5. Rezazadeh, Gh., A. Tahmasebi, and M. Zubtsov. 2006. Application of Piezoelectric Layers in Electrostatic MEM Actuators, Controlling of Pull-in Voltage. *Journal of Microsystem Technologies* 12: 1163-1170.
6. Sommer, H.J., C.I. Nichol, and D.J. Murphy. 2006. MEMS sensors to prevent side and re overturn of agricultural tractors. *American Society of Agricultural and Biological Engineering* 061153.
7. Younis, M., and E. Abdel-Rahman, 2002, A study of the nonlinear response of a resonant microbeam to an electric actuation. *Journal of Nonlinear Dynamics* 31: 91-117.





## Modeling of Capacitive Micro-Accelerometers for Measuring of the Angular Acceleration during a Tractor Overturn

Behzad Mohammadi Alasti<sup>1\*</sup>, Eyvaz Keshvari<sup>2</sup> and Mehdi Abbasgholipour<sup>1</sup>

1- Assistant Professor, Department of Agricultural Machinery Engineering, Bonab Branch, Islamic Azad University, behzad.alasti@gmail.com

2- MSc Student, Department of Agricultural Machinery Engineering, Bonab Branch, Islamic Azad University

### Abstract

The model of proposed accelerometer to measure angular accelerations during tractor overturn is formed from a cantilever beam. For enhancing of the sensitivity to small accelerations exerted on the tractor overturn, was used from a concentrated mass at the end of cantilever beam. From classical theory governing the beams transverse accelerations was used for investigating of capacitive accelerometer behavior. Considering small deformation, the expression of the equation governing the behavior of beam, its shear deformation is neglected. In this research, a model for solving nonlinear equations governing the static and dynamic behavior of the sensor was proposed and micro-beam behavior on acceleration of the entered into the system during overturn was simulated and capacitance changes under these stimulations were obtained.

**Keywords:** Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS), Capacitive accelerometer, Angular acceleration, Tractor overturn.