



## تعیین ضریب انتشار رطوبتی دانه گیاه زیره سبزی فرایند خشک شدن به روش لایه نازک

مهدی مرادی<sup>\*۱</sup>

۱- استادیار بخش مهندسی بیوسیستم دانشگاه شیراز

ایمیل مکاتبه کننده: [moradih@shirazu.ac.ir](mailto:moradih@shirazu.ac.ir)

### چکیده

گیاه زیره سبز با استفاده از یک خشک کن خورشیدی کابینتی به صورت لایه نازک تحت شرایط مختلف خشک گردید. معادله انتقال جرم حین خشک شدن دانه زیره سبز در حالت های مختلف خشک شدن به روش تحلیلی حل شده و ضرایب انتشار رطوبتی دانه زیره سبز بر مبنای داده های آزمایشگاهی به صورت توابعی از رطوبت دانه به دست آورده شد. جهت ارزیابی این توابع، معادله انتقال جرم حاوی ضرایب انتشار رطوبتی حاصله، در حالت های مختلف خشک شدن با کمک روش عددی تفاضل محدود حل گردیده و محتوای رطوبت دانه تعیین گردید. نتایج حاصل از این شبیه سازی عددی نشان داد که همبستگی بالا و خطای کمی بین تغییرات محتوای رطوبت دانه زیره طی فرایند خشک شدن به روش آزمایشگاهی و نتایج حاصل از مدل سازی وجود دارد. بنابراین ضرایب انتشار رطوبتی به دست آمده دارای اعتبار مناسب می باشند.

واژه های کلیدی: انتقال جرم، ضریب انتشار رطوبتی، خشک شدن، زیره سبز، شبیه سازی عددی.

### مقدمه

یکی از مهمترین روش های نگهداری مواد غذایی و محصولات کشاورزی خشک کردن صنعتی آنها می باشد. تفهیم و کنترل صحیح فرایند خشک شدن به طراحی خشک کن مناسب برای محصولات کشاورزی کمک بسیاری می کند (Haghighi and Segerlind, 1988). برای کاهش آسیب دیدگی محصولات کشاورزی ضمن خشک شدن، بهتر است به رفتار خشک شدن آنها به طور صحیح پی برده شود که این کار با توصیف دقیق مکانیزم خشک شدن امکان پذیر است. در دهه های اخیر کارهای تئوری و آزمایشگاهی بسیار زیادی جهت توصیف دقیق فرایند خشک شدن انجام گرفته است. در بیشتر این تحقیقات صورت گرفته فرض بر این بوده است که انتشار رطوبت در داخل محصول، تعیین کننده نرخ خشک شدن آن باشد (Pabis and Henderson, 1961; Henderson and Perry, 1976; Young and Whitaker, 1971; Hosain et al, 1973). البته این فرض به دلیل اینکه اکثر عملیات خشک کردن محصولات کشاورزی در مرحله خشک شدن با نرخ نزولی صورت می پذیرد، قابل قبول و منطقی است (Brooker et al, 1992). در یک تحقیق، مدلی برای خشک شدن دانه ها پیشنهاد شد. در این مدل فرض شد، انتشار رطوبت از داخل دانه به سطح به صورت مایع انجام گرفته و مایع از روی سطح ماده توسط هوای داغ به بخار تبدیل می شود.



در حقیقت در تحقیق مذکور، به دمای داخل دانه و گرادیان رطوبتی در هر لحظه نیاز بود تا بتوان نرخ خشک شدن را به طور دقیق پیش بینی کرد (Sokhansanj and Bruce, 1986). ولی با تعریف معادله انتقال جرم برای حرکت رطوبت در داخل ماده می توان به درصد رطوبت ماده و درجه حرارت آن در هر لحظه از زمان و در هر نقطه از ماده، دسترسی پیدا کرد.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla(D_{\text{eff}}\nabla M) \quad (1)$$

در این رابطه:

$M$ : محتوی رطوبت دانه  $D$ ،  $(kg/kg, d.b)$ : ضریب انتشار رطوبت موثر  $(m^2/s)$  و  $t$ : زمان (ثانیه) هستند.

ضریب انتشار رطوبتی می تواند به صورت تابعی از محتوای رطوبتی و درجه حرارت هوای خشک کننده به دست آورده شود. نرخ خشک شدن دانه‌ی جو بوسیله‌ی روش اجزا محدود در تحقیقی بررسی شد (Haghighi et al, 1990). در این تحقیق، محصول در دماهای متفاوت خشک شد و از حل معادله‌ی انتقال جرم، سنتیک خشک شدن حاصل گردید. شرایط اولیه و مرزی که برای معادله‌ی انتقال جرم در نظر گرفته شد به صورت زیر بود:

$$M = M_i, \quad t = 0 \quad (2)$$

$$M_s = e^{-\gamma t} (M_i - M_e) + M_e, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

$$M_e = 0.272 - 0.0966 \ln(1 - RH) - 0.0544 \ln(T_a) \quad (4)$$

$$\gamma = j + pM_i + qT_a \quad (5)$$

$M_i$ : رطوبت اولیه محصول (اعشاری)،  $T_a$ : دمای هوای خشک کننده (درجه سانتیگراد)،  $M_s$ : رطوبت در سطح دانه (اعشاری)،  $t$ : زمان (ثانیه)،  $M_e$ : رطوبت تعادلی (اعشاری)،  $RH$ : رطوبت نسبی هوای خشک کننده (اعشاری).

ضرایب  $j, p, q$  به گونه ای انتخاب شدند که با نتایج آزمایش بیشترین برازش را داشته باشند (Bruce, 1985).

در تحقیقی دیگر، میوه خربزه درختی با ابعاد  $5 \times 2 \times 0.5$  سانتی متر مکعب در دمای  $45$  درجه سلسیوس توسط خشک کن کابینی بوسیله جریان هوا با سرعت  $0.9$  متر بر ثانیه و رطوبت نسبی  $30$  درصد خشک گردید. پس از آن ضریب انتشار رطوبتی محصول در شرایط آزمایش تعیین شد. سپس معادله مربوط به انتقال جرم با شرایط مرزی معلوم به صورت دو بعدی بر اساس روش تفاضل محدود حل گردید. در نهایت ضریب همبستگی بین رطوبت بدست آمده از نمونه های مورد آزمایش و رطوبت حاصل از حل معادله انتقال محاسبه شد که مقدار آن  $0.996$  و میزان میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> حاصله  $0.00115$  بود (خدابخش و همکاران، ۱۳۹۱). در تحقیق مذکور، ضریب انتشار رطوبتی محصول با استفاده از حل تحلیلی معادله انتقال جرم به دست آورده شد. برای حل معادله انتقال جرم در تحقیق مذکور از روش عددی تفاضل محدود استفاده شد. آنها فرض کردند که رطوبت در روی مرز میوه با هوای خشک کننده برابر با رطوبت مطلق هوای خشک کننده است. هر چند که این فرض موجب پایین آمدن دقت حل مسئله می شود اما معمولاً برای ساده سازی در تحقیقات مختلفی از آن استفاده می شود (Brooker et al, 1992). در تحقیق دیگری، دو روش ریاضی جهت حل معادله انتقال جرم طی خشک شدن مورد استفاده قرار گرفت تا ضریب انتشار رطوبتی میوه موز به دست آورده شود. اولین روش مطابق حل تحلیلی معادله انتقال جرم و روش دوم بر اساس حل عددی به طریق تفاضل محدود (روش ضمنی) بودند. در این شبیه سازی، شکل استوانه با طول بی نهایت

<sup>۱</sup> RMSE



برای موز انتخاب گردید بنابراین معادله انتقال جرم، به صورت یک بعدی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. آنها نیز از شرط مرزی تعادل رطوبتی جهت ساده سازی حل معادله استفاده کردند (Mariangela, Marlene, 2007). هدف از انجام این تحقیق، تعیین ضریب انتشار رطوبتی دانه زیره سبز بر حسب رطوبت آن و حل معادله انتقال جرم جهت تبیین تئوری فرایند خشک شدن می باشد.

### مواد و روش ها

محصول زیره سبز در یک خشک کن کابینتی خورشیدی در سه بده مختلف هوای خشک‌کننده (۰/۱۲۷، ۰/۰۸۴، ۰/۱۵۵ و مترمکعب بر ثانیه) و دو حالت تابش مختلط و غیرمستقیم خورشید خشک شدند (شکل ۱). بنابراین ۶ حالت مختلف در این خشک کن برای خشک کردن محصول زیره سبز مورد استفاده قرار گرفت. متوسط دمای هوای خشک‌کننده داخل کابین برای حالت های مختلف خشک شدن اندازه گیری و مقادیر روبرو به دست آورده شد (۴۳، ۴۸، ۵۰/۵، ۵۲، ۵۳/۵ و ۵۵ درجه سلسیوس). زمان خشک شدن برابر ۹۰ دقیقه برای هر آزمایش بوده و نمونه گیری از دانه های داخل خشک کن جهت اندازه گیری رطوبت آنها در دقیقه های ۱۰، ۲۵، ۴۵، ۶۵ و ۹۰ انجام می گرفت. دانه های زیره مورد استفاده دارای رطوبت ۴۳/۵ درصد بر مبنای خشک بودند.

در آزمایشی که توسط (Mollazade et al, 2009) جهت تعیین خصوصیات فیزیکی و مکانیکی دانه گیاه زیره سبز انجام گرفت، سه بعد اصلی آن به طور متوسط برابر ۵/۶۱، ۱/۷۷ و ۱/۵۵ میلی متر بودند که آنها کرویت دانه زیره را به طور متوسط ۳۶ درصد بیان نمودند که نشان دهنده شکل غیرکروی دانه می باشد. بنابراین جهت شبیه سازی فرایند انتقال جرم دانه های زیره حین خشک شدن فرض شکل کروی برای دانه غیر منطقی به نظر می رسد. از این رو در تحقیق حاضر شکل متوازی السطوح برای دانه های زیره فرض شد ولی از آنجایی که مطابق تحقیق ملازاده و همکاران، یکی از ابعاد خیلی بزرگتر از دو بعد دیگر می باشد، با دقت قابل قبولی می توان فرض کرد که رطوبت در راستای دو بعد کوچکتر انتقال می یابد (Chen, 2007 : خدابخش و همکاران، ۱۳۹۱: مرادی و زمردیان، ۱۳۸۸). بنابراین معادله انتقال جرم به صورت دو بعدی حل گردید. با حل تحلیلی معادله انتقال جرم به صورت دو بعدی می توان ضریب انتقال جرم را به دست آورد.

حل تحلیلی این معادله برای صفحه دوبعدی در صورتی که ضریب انتشار رطوبتی ثابت باشد، از رابطه زیر به دست می آید (El-Aouar et al, 2003):

$$MR = \frac{8}{\pi^2} \left[ \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^2} \exp(-2i+1)^2 \pi^2 D_{eff} \frac{t}{4L_1^2} \right) \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp(-(2n+1)^2 \pi^2 D_{eff} \frac{t}{4L_2^2}) \right) \right] \quad (6)$$

که در این رابطه:

MR: نسبت رطوبت محصول،  $D_{eff}$ : ضریب موثر انتشار رطوبتی محصول، t: زمان خشک شدن (ثانیه) و  $L_1$  و  $L_2$ : دو بعد کوچکتر محصول که بیشترین انتقال در راستای آنها انجام می گیرد.

نسبت رطوبت از رابطه  $MR = (M - M_e) / (M - M_0)$  به دست می آید. اما مقدار رطوبت تعادلی ( $M_e$ ) در مقایسه با رطوبت اولیه ( $M_0$ ) و ( $M$ ) بسیار کوچک تر می باشند. بنابراین رابطه مذکور به شکل  $MR = M / M_0$  ساده شد (Zomorodian, Moradi, 2007; Wang et al, 2010). در رابطه (۶) نسبت رطوبت از نتایج آزمایشگاهی به دست آمد. با توجه به رابطه مذکور فقط



ضریب انتشار رطوبتی مجهول بوده و می‌توان آن را متناسب با زمان‌های مختلف خشک‌شدن به دست آورد. بنابراین در آزمایش‌های مختلف خشک‌شدن گیاه زیره سبز، ضریب موثر انتشار رطوبتی طبق رابطه (۶) به دست آورده شد (El-Aouar et al, 2003; خدابخش و همکاران، ۱۳۹۱). پس از به دست آوردن ضریب انتشار رطوبتی در حالت‌های مختلف خشک‌شدن، روابطی رگرسیونی برای این ضریب بر اساس رطوبت محصول در دماهای مختلف هوای خشک‌کننده ایجاد شد. جهت ارزیابی و تایید این روابط، معادله انتقال جرم با قرار دادن ضرایب مذکور در آنحل گردیده و سپس نتایج حاصله با داده‌های آزمایش مقایسه شدند. معادله انتقال جرم، به دلیل این که ضریب انتشار ثابت نبوده و تابعی از دمای هوای خشک‌کننده و رطوبت محصول است، به روش عددی قابل حل خواهد بود. برای حل معادلات مشتقات جزئی به شیوه‌ی عددی، روش‌های زیادی وجود دارد که مهمترین آنها المان محدود<sup>۲</sup> و تفاضل محدود<sup>۳</sup> هستند. روش المان محدود، با بهره‌گیری قضایای گوناگون ریاضی از یک معادله‌ی دیفرانسیل پاره‌ای با شرایط معین، دستگاه (ماتریس) معادلات خطی یا غیر خطی می‌سازد که جهت بدست آوردن میدان حل آن باید دستگاه (ماتریس) را حل کرد. اما در روش تفاضل محدود، حل معادلات بر مبنای سری تیلور بوده که مشتقات با استفاده از جملات اول سری مذکور نوشته می‌شوند. لذا روش تفاضل محدود به صورت ساده‌تری معادلات را بیان می‌کند. ضمن این که از دقت قابل قبولی نیز برخوردار است (Edward, 1996; مرادی و زمردیان، ۱۳۹۲). بنابراین در این پژوهش به دلیل پیچیدگی کمتر و دقت نسبتاً خوب، روش تفاضل محدود انتخاب شده است (افجه ای، ۱۳۸۵: خدابخش و همکاران، ۱۳۹۱). روش تفاضل محدود بر پایه تغییرات متغیر وابسته نسبت به تغییرات متغیر مستقل بنا نهاده شده است. عموماً روش تفاضل محدود برای حل عددی کلیه معادلات دیفرانسیل و جزئی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش، مقدار رطوبت در هر گره را می‌توان به سه صورت تفاضل پیش‌رو<sup>۴</sup>، تفاضل پس‌رو<sup>۵</sup> و تفاضل مرکزی<sup>۶</sup> تعریف کرد (Encropera et al, 2005). در این پژوهش از روش تفاضل پیش‌رو استفاده گردید. در این روش، مقدار دما در نقطه‌ی بعدی را با استفاده از رطوبت نقطه‌ی موجود به دست می‌آورند. همچنین روش تفاضل محدود از نظر المان‌بندی زمانی می‌تواند به دو طریق ضمنی و صریح بیان گردد که در تحقیق حاضر از روش صریح استفاده گردید. در این شیوه، رطوبت در زمان  $t+dt$  به طور مستقیم از رطوبت زمان  $t$  بدست می‌آید (Holman, 2002). به منظور شبیه‌سازی فرایند انتقال جرم، دانه زیره سبز در حالت دوبعدی به ۲۵ گره تقسیم‌بندی شد. معادله‌ی انتقال جرم با شرایط مرزی و اولیه زیر تعریف شدند:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = D_{eff} \left( \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

شرط اولیه:

$$M = M_0 \quad (8)$$

شرط مرزی به صورت همرفتی در دو بعد مانند زیر ارائه گردید:

$$-D_{eff} \left( \frac{\partial M}{\partial x} \right)_{x=x_0} = h_D [M_{surf} - M_e] \quad (9)$$

<sup>2</sup> Finite element method

<sup>3</sup> Finite difference method

<sup>4</sup> Forward finite difference

<sup>5</sup> Backward finite difference

<sup>6</sup> Central finite difference



$$-D_{eff} \left( \frac{\partial M}{\partial y} \right)_{y=y_0} = h_D [M_{surf} - M_e] \quad (10)$$

در این روابط،  $h_D$  ضریب همرفتی انتقال جرم ( $m/s$ )،  $D_{eff}$  ضریب انتشار رطوبتی دانه زیره سبز ( $m^2/s$ )،  $M_e$  رطوبت تعادلی و  $M_0$  محتوای رطوبت اولیه دانه زیره (برابر  $43/5$  درصد بر مبنای خشک) می‌باشند. رطوبت تعادلی را می‌توان با داشتن رطوبت نسبی و دمای هوای خشک کننده از جدول سایکومتریک به آسانی به دست آورد (Brooker et al, 1992). ضریب همرفتی انتقال جرم، با استفاده از روابط زیر به دست آمد (Treybal, 2009):

$$Sh = 2 + [0.4(Re_d)^{0.5} + 0.06(Re_d)^{0.667}] Sc^{0.4} \quad (11)$$

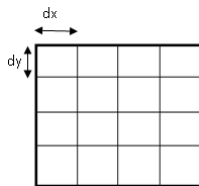
$$Re_d = \frac{\rho V d}{\mu} \quad (12)$$

$$Sh = \frac{h_D d}{D_{AB}} \quad (13)$$

$$Sc = \frac{\nu}{D} \quad (14)$$

که در این روابط،  $Re_d$ : عدد رینولدز،  $\nu$ : ویسکوزیته سینماتیکی هوای خشک کننده ( $m^2/s$ )،  $D_{AB}$ : ضریب انتشار رطوبتی هوای خشک کننده ( $m^2/s$ )،  $Sc$ : عدد اشویت (بی بعد)،  $h_D$ : ضریب همرفتی انتقال جرم ( $m/s$ )،  $V$ : سرعت هوای خشک کننده ( $m/s$ )،  $d$ : قطر دانه ( $m$ )،  $\rho$ : دانسیته دانه ( $kg/m^3$ ) و  $\mu$ : ویسکوزیته هوای خشک کننده ( $pa \cdot s$ ) می‌باشند. میانگین قطر هندسی دانه برابر  $1/99$  میلی‌متر و میانگین دانسیته دانه مساوی  $970 kg/m^3$  در نظر گرفته شد (Mollazade et al, 2009).

در هر حالت خشک شدن، ضریب همرفتی انتقال جرم با کمک روابط بالا به دست آورده شد. پس از به دست آمدن ضریب انتقال جرم، در حالت‌های مختلف خشک شدن، به حل معادله انتقال جرم مبادرت گردید. جهات  $X$  و  $Y$  دانه زیره هر کدام به  $4$  قسمت تقسیم شده و بنابراین صفحه دو بعدی دانه زیره به ابعاد  $(1/77 \times 1/55)$  به  $16$  المان تقسیم گردید (شکل ۱). به این ترتیب  $dx = 4/25 \times 10^{-4} m$  و  $dy = 3/77 \times 10^{-4} m$  به دست آورده شدند.



شکل ۱- المان بندی دانه زیره سبز

معادله انتقال جرم به روش تفاضل محدود به صورت زیر نوشته شد:

$$\left[ \frac{M_{m+1,n}^p + M_{m-1,n}^p - 2M_{m,n}^p}{(dx)^2} + \frac{M_{m,n+1}^p + M_{m,n-1}^p - 2M_{m,n}^p}{(dy)^2} \right] D_{eff} = \frac{M_{m,n}^{p+1} - M_{m,n}^p}{dt} \quad (15)$$

که در این رابطه، سرنویس‌های  $M$  (رطوبت) نشان دهنده نمونه‌های زمانی و پانویس‌ها نشان دهنده نمونه‌های مکانی ( $m$  مربوط به نمو  $x$  و  $n$  مربوط به نمو  $y$ ) و  $dt$  نشان دهنده گام زمانی هستند.



برای اینکه حل این معادله حالت پایدار داشته باشد باید  $(dx)^2/(D_{eff}dt)$  و  $(dy)^2/(D_{eff}dt)$  هر کدام بیشتر یا مساوی ۴ باشند (Holman, 2002).

بنابراین با توجه به مقادیر معلوم  $dx$  و  $dy$  و بیشترین مقدار ضریب انتشار رطوبتی گام زمانی برابر ۱ ثانیه در نظر گرفته شد تا شرط پایداری رعایت گردد. به این ترتیب کمترین مقدار عبارات فوق در حالتی است که  $dy$  و بیشترین مقدار ضریب انتشار رطوبتی  $(10^{-10} \times 1/15)$  متر مربع بر ثانیه) مورد استفاده قرار گیرد که در این صورت مقدار عبارت فوق مساوی ۱۳۰۵ خواهد بود.

در ادامه نتایج حاصل از این شبیه سازی و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی آورده شده است.

### نتایج و بحث

در جدول ۱، ضرایب انتشار رطوبتی دانه زیره سبز در دماهای مختلف هوای خشک کننده و زمان های متفاوت ضمن خشک شدن، آورده شده است. این ضرایب حاصل از حل تحلیلی معادله انتقال جرم در حالت دو بعدی بر مبنای محتوای رطوبتی به دست آمده از آزمایش های خشک شدن می باشد. همان گونه که مشاهده می شود، در همه آزمایشات با گذشت زمان، به جز در زمان دوم ضریب انتشار رطوبتی کاهش می یابد. این قضیه کاملاً طبیعی است زیرا با کم شدن رطوبت محصول، اختلاف محتوای رطوبت هوای خشک کننده و دانه کمتر شده و بنابراین سرعت حرکت رطوبت از درون محصول به سمت هوای خشک کننده کمتر می شود. اما در برخی از آزمایشات در زمان دوم، ضریب موثر انتشار رطوبتی مقداری افزایش می یابد. این پدیده ممکن است به دلیل اثرات دمایی باشد. به عبارت دیگر برای اینکه دانه و هوای خشک کننده به تعادل دمایی برسند، مقداری زمان مورد نیاز است. بنابراین ممکن است در برخی از آزمایش ها، در زمان دوم نمونه برداری به دلیل دمای بالاتر دانه نسبت به زمان اول نمونه برداری، ضریب انتشار مقداری بالاتر باشد. زیرا ضریب انتشار رطوبتی با افزایش دما، افزایش می یابد.

جدول ۱- ضریب انتشار رطوبتی دانه زیره سبز، در دمای  $59^{\circ}\text{C}$  هوای خشک کننده

ضریب انتشار $(\times 10^{-11} \text{m}^2/\text{s})$	زمان (ثانیه)	دما ( $^{\circ}\text{C}$ )	ضریب انتشار $(\times 10^{-11} \text{m}^2/\text{s})$	زمان (ثانیه)	دما ( $^{\circ}\text{C}$ )
۷/۷۹	۶۰۰	۵۹	۱۱/۴	۶۰۰	۵۹
۸/۱۸	۱۵۰۰	۵۹	۱۱/۵	۱۵۰۰	۵۹
۵/۹۴	۲۷۰۰	۵۵	۷/۸۵	۲۷۰۰	۵۰/۵
۴/۴۷	۳۶۰۰	۵۵	۵/۶۲	۳۶۰۰	۵۵
۳/۴۴	۵۴۰۰	۵۵	۴/۴۲	۵۴۰۰	۵۵
۷/۲۳	۶۰۰	۵۹	۱۱/۱	۶۰۰	۵۹
۶/۵۸	۱۵۰۰	۵۹	۱۱/۲	۱۵۰۰	۵۹
۵/۲۶	۲۷۰۰	۵۳/۵	۷/۴۶	۲۷۰۰	۴۸
۴/۱۳	۳۶۰۰	۵۳/۵	۵/۴۸	۳۶۰۰	۵۳/۵
۳/۲۳	۵۴۰۰	۵۳/۵	۴/۱۳	۵۴۰۰	۵۳/۵
۶/۲۹	۶۰۰	۵۹	۱۰/۷	۶۰۰	۵۹
۵/۸۶	۱۵۰۰	۵۹	۷/۹۴	۱۵۰۰	۵۹
۳/۹۴	۲۷۰۰	۵۲	۵/۷۴	۲۷۰۰	۴۳
۳/۱۷	۳۶۰۰	۵۲	۴/۸۴	۳۶۰۰	۵۲
۲/۷۶	۵۴۰۰	۵۲	۳/۹۶	۵۴۰۰	۵۲



پس از به دست آمدن ضرایب انتشار رطوبتی دانه زیره سبز در دماهای مختلف هوای خشک کننده، معادلاتی برای ضریب انتشار رطوبتی برای حالت های مختلف خشک شدن با استفاده از رگرسیون، مانند جدول ۲ به دست آمد. همانگونه که مشاهده می شود، این معادلات با ضریب تعیین بالای ۰/۹ می توانند ضریب موثر انتشار رطوبتی را پیش بینی کنند.

جدول ۲- ضریب انتشار رطوبتی دانه زیره سبز بر اساس محتوای رطوبت دانه در دماهای مختلف هوای خشک کننده

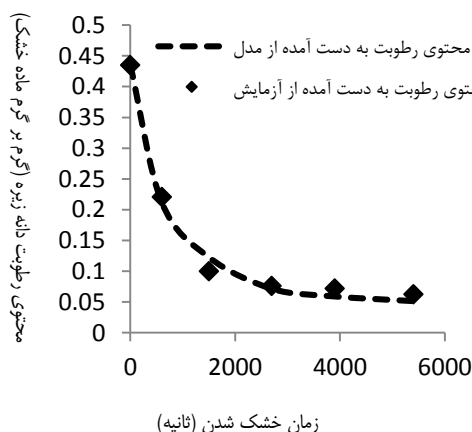
ضریب همبستگی	معادله ضریب انتشار رطوبتی	T(°C)
۰/۹۸	$D = -1 \times 10^{-8}(M)^2 + 4 \times 10^{-9}M - 2 \times 10^{-10}$	۵۵
۰/۹۹	$D = -1 \times 10^{-8}(M)^2 + 4 \times 10^{-9}M - 2 \times 10^{-10}$	۵۳/۵
۰/۹۹	$D = -9 \times 10^{-10}(M)^2 + 7 \times 10^{-10}M - 9 \times 10^{-12}$	۵۲
۰/۹۸	$D = -5 \times 10^{-9}(M)^2 + 2 \times 10^{-9}M - 1 \times 10^{-10}$	۵۰/۵
۰/۹۸	$D = -2 \times 10^{-9}(M)^2 + 1 \times 10^{-9}M - 5 \times 10^{-11}$	۴۸
۰/۹۱	$D = -2 \times 10^{-9}(M)^2 + 9 \times 10^{-10}M - 6 \times 10^{-11}$	۴۳

در جدول ۳ ضرایب انتقال جرم به روش همرفتی هوای خشک کننده در حالت های متفاوت خشک شدن آورده شده است. این ضرایب با استفاده از روابط ۱۰ و ۱۱ به دست آورده شده اند.

جدول ۳- ضرایب انتقال جرم همرفتی هوای خشک کننده

ضریب همرفتی هوای خشک کننده (m/s)	متوسط دمای هوای خشک کننده (°C)	نرخ جریان حجمی هوای خشک کننده (m/s)	حالت خشک شدن
۰/۰۰۰۷۵	۵۵	۰/۰۸۴	مختلط
۰/۰۰۰۷	۵۳/۵	۰/۱۲۷	مختلط
۰/۰۰۰۶	۵۲	۰/۱۵۵	مختلط
۰/۰۰۰۴۵	۵۰/۵	۰/۰۸۴	غیرمستقیم
۰/۰۰۰۴	۴۸	۰/۱۲۷	غیرمستقیم
۰/۰۰۰۲	۴۳	۰/۱۵۵	غیرمستقیم

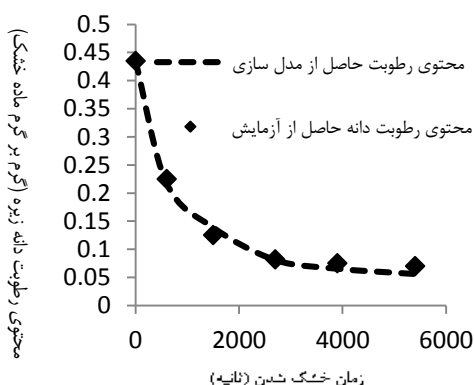
پس از به دست آوردن معادله های مربوط به ضرایب انتشار رطوبتی و همرفتی انتقال جرم، معادله انتقال جرم در حالت های مختلف خشک شدن با استفاده از روش تفاضل محدود، حل گردید. نتایج حاصل از شبیه سازی فرایند خشک شدن در ادامه توسط نمودارهای مختلف آورده شده است. در نمودار ۱، تغییرات محتوای رطوبت دانه زیره سبز در دو حالت خشک شدن به روش آزمایشگاهی و خشک شدن به روش تئوری با دمای هوای خشک کننده ۵۵ درجه سلسیوس آورده شده است. میزان ضریب تعیین و میانگین مربعات خطا برای این حالت به ترتیب مساوی ۰/۹۹۲ و ۰/۰۱۳۴ بودند. بنابراین همبستگی خوبی بین داده های حاصل از آزمایش و داده های به دست آمده از مدل وجود دارد.





نمودار ۱- مقایسه محتوای رطوبت دانه زیره طی خشک شدن با دو روش آزمایش و مدل سازی تحت دمای متوسط هوای خشک کننده ۵۵ درجه سلسیوس

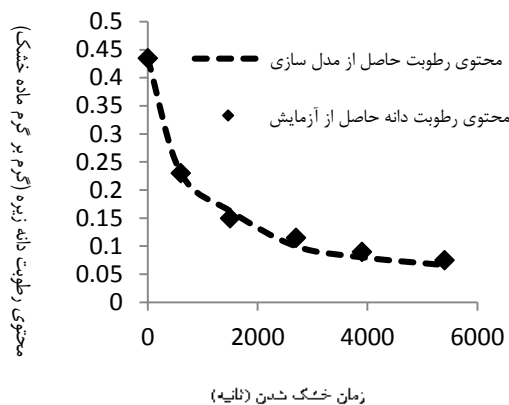
در نمودار ۲، تغییرات محتوای رطوبت دانه زیره سبز در دو حالت خشک شدن به روش آزمایشگاهی و مدل سازی تئوری تحت دمای هوای خشک کننده ۵۳/۵ درجه سلسیوس آورده شده است. همان گونه که مشاهده می شود، مدل تئوری به دست آمده دارای دقت قابل قبولی برای پیش بینی محتوای رطوبت دانه زیره سبز طی خشک شدن می باشد. ضریب تعیین بین داده های حاصل از آزمایش و داده های به دست آمده از مدل و میانگین مربعات خطا به ترتیب برابر ۰/۹۹۶ و ۰/۰۱۰ به دست آمدند.



نمودار ۲- مقایسه محتوای رطوبت دانه زیره طی خشک شدن با دو روش آزمایش و مدل سازی تحت دمای متوسط هوای خشک کننده ۵۳/۵ درجه سلسیوس

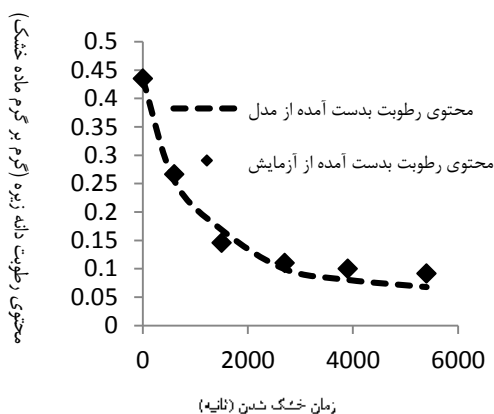
تغییرات محتوای رطوبت دانه زیره سبز طی خشک شدن با دو روش آزمایشگاهی و تئوری با میانگین دمای هوای خشک کننده ۵۲ درجه سلسیوس در نمودار ۳ آورده شده است. ضریب تعیین و میانگین مربعات خطای ناشی از مدل سازی تحت شرایط مذکور به ترتیب عبارتند از ۰/۹۹۵ و ۰/۰۲۲. در نمودار ۴، میانگین محتوای رطوبت دانه زیره سبز در دو حالت استفاده از آزمایش خشک شدن و شبیه سازی با کمک مدل تئوری برای دمای هوای خشک کننده ۵۰/۵ درجه سلسیوس آورده شده است. ضریب تعیین و میانگین مربعات خطا برای این حالت به ترتیب برابر ۰/۹۸۷ و ۰/۰۳۸۹ به دست آمدند. که نشان دهنده میزان دقت نسبتاً خوب مدل تئوری و ضرایب انتشار رطوبتی و همرفتی جرمی هوای خشک کننده می باشد. در نمودار ۵، متوسط رطوبت دانه زیره سبز در دو حالت خشک شدن به روش آزمایشگاهی و روش تئوری در دمای ۴۸ درجه سلسیوس با همدیگر مقایسه شده اند. ضریب تعیین و میانگین مربعات خطای ناشی از این مدل سازی به ترتیب برابر ۰/۹۹۱ و ۰/۰۱۳۸ به دست آمدند. در نمودار ۶، تغییرات میانگین محتوای رطوبت دانه زیره سبز در حالت خشک شدن به روش آزمایشگاهی تحت دمای هوای خشک کننده ۴۳/۵ درجه سلسیوس در مقایسه با مدل تئوری آن مقایسه شده است. ضریب تعیین و میانگین مربعات خطای حاصل از مدل سازی به ترتیب برابر ۰/۹۸۸ و ۰/۰۱۵ به دست آمد.





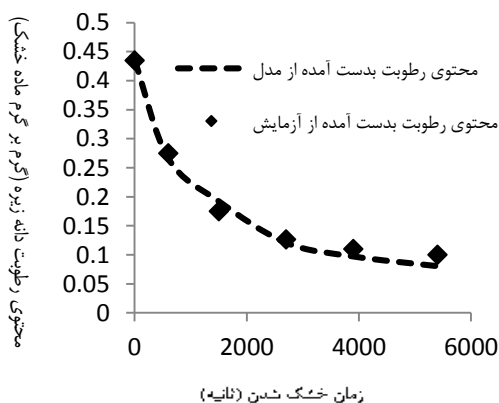
نمودار ۳- مقایسه محتوای رطوبت دانه زیره طی خشک شدن با دو روش آزمایش و مدل سازی تحت دمای متوسط هوای خشک

کننده ۵۲ درجه سلسیوس



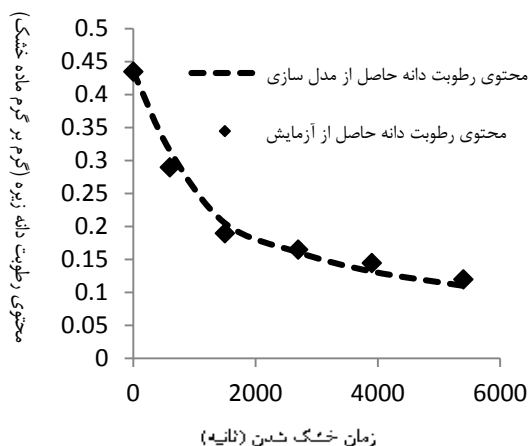
نمودار ۴- مقایسه محتوای رطوبت دانه زیره طی خشک شدن با دو روش آزمایش و مدل سازی تحت دمای متوسط هوای خشک

کننده ۵۰/۵۰ درجه سلسیوس



نمودار ۵- مقایسه محتوای رطوبت دانه زیره طی خشک شدن با دو روش آزمایش و مدل سازی تحت دمای متوسط هوای خشک

کننده ۴۸ درجه سلسیوس



نمودار ۶- مقایسه محتوای رطوبت دانه زیره طی خشک شدن با دو روش آزمایش و مدل سازی تحت دمای متوسط هوای خشک کننده ۴۳ درجه سلسیوس

به این ترتیب می توان نتیجه گرفت که ضرایب انتشار رطوبتی و انتقال جرم همرفتی دارای دقت قابل قبولی هستند. همچنین می توان گفت که روش به کار رفته برای حل معادله از دقت نسبتاً خوبی برخوردار می باشد.

### نتیجه گیری

ضریب انتشار رطوبتی دانه زیره سبز در دماهای مختلف هوای خشک کننده با کمک داده های آزمایشگاهی حاصل از خشک کردن محصول زیره سبز به روش لایه نازک به صورت توابعی از رطوبت محصول به دست آورده شدند. برای ارزیابی این توابع، توزیع رطوبت درون دانه زیره سبز به صورت تئوری با قرار دادن این توابع در معادله انتقال جرم و حل آن تعیین گردیده و نتایج حاصل با میانگین رطوبت دانه زیره در زمان های متناظر مقایسه شد. در نهایت چنین نتیجه گرفته شد که به دلیل همبستگی بالا و خطای کم بین داده های تئوری و آزمایشگاهی، توابع مبین ضریب انتشار رطوبتی زیره سبز از دقت بسیار خوبی برخوردار بوده و قابل استناد هستند.

### منابع

۱. افجه ای، ا. ۱۳۸۵. محاسبات عددی، انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، ۴۰۵ صفحه.
  ۲. خدابخش اقدام، ش. مرادی، م. و یوسفی، ع.ر. ۱۳۹۱. بررسی مقایسه ای فرایند انتقال جرم بر اساس روش عددی تفاضل محدود و نتایج آزمایشگاهی برای خشک شدن محصول خربزه درختی. نشریه علوم و پژوهشهای صنایع غذایی ایران، جلد ۸، شماره (۳)، صفحات ۳۱۶-۳۰۹.
  ۳. مرادی، م. و زمردیان، ع. ۱۳۸۸. بررسی سنتیک خشک شدن زیره سبز در یک خشک کن خورشیدی در دو حالت تابش مختلط و غیرمستقیم. علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی، جلد ۱۳، شماره ۴۸، صفحات ۲۸۲-۲۷۳.
  ۴. مرادی، م. و زمردیان، ع. ۱۳۹۲. امکان سنجی ارتقاء فرایند خشک کردن دانه های ذرت با کمک ذرات بی اثر. نشریه پژوهش های مکانیک ماشین های کشاورزی، جلد ۲، شماره ۳، صفحات ۱۸-۹.
5. Brooker, D.B., Bakker-Arkema, F.W. & Hall, C.W. 1992. Drying and Storage of Grains and Oilseeds, The AVI publishing company, Inc.



6. Bruce, D.M. 1985. Exposed Layer Barley Drying: Three Models Fitted to New Data up to 150 °C”, J. Agric. Eng. Res, Vol. 32, pp. 337-347.
7. Chen, X.D. 2007. Moisture Diffusivity in Food and Biological Materials”, Drying Technology, Vol. 25, pp. 1203-1213.
8. Edward, M.K. 1996. Comparison of Finite Difference and Finite Element Hydrodynamic Models Applied to the Laguna Madre Estuary, M Sc. Thesis, Texas A&M university.
9. El-Aouar, A.A., Azoubel, P.M. & Murr, F. E.X. 2003. Drying Kinetics of Fresh and Osmotically Pre-Treated Papaya (*Caricapapaya*L.). Journal of Food Engineering, Vol. 59, pp. 85-91.
10. Haghighi, K. Irudayaraj, J., stroshine, R.L. & Sokhansanj, S. 1990. Grain Kernel Drying Simulation Using the Finite Element Method. ASABE, Vol. 33, No.6, pp. 1957-1965.
11. Haghighi, K. & Segerlind, L. J. 1988. Modeling Simultaneous Heat and Mass Transfer in an Isotropic Sphere- A Finite Element Approach. Transactions of the ASAE, Vol. 31, No. 2, pp. 629-637.
12. Henderson, S.M. & Perry R.L. 1976. Agricultural Process Engineering, 2<sup>nd</sup> edition. Westport, CT: The AVI publishing company, Inc, 302-337.
13. Holman, J.P. 2002. Heat Transfer, 9<sup>th</sup> edition. McGraw-Hill, New York.
14. Hosain, A., Chen, C.S. & Clayton, J.T. 1973. Simultaneous Heat and Mass Diffusion in Biological Materials. Journal of Agriculture Engineering Research, Vol.18, pp. 343-354.
15. Incropera, F.P., Dewitt, D.P., Bergman, T.L. & Lavine, T.L. 2005. Introduction to Heat Transfer, John Wiley & sons.
16. Mariangela, A. & Marlene, R.Q. 2007. Mathematical Methodologies for Calculating the Mass Diffusion Coefficient of Bananas during Drying. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, Vol. 11, No.6, pp. 623-627.
17. Mollazade, K., Ahmadi, H., Khorshidi, J., Rajabipour, A. & Mohtasebi, S.S. 2009. Moisture dependent physical and mechanical properties of cumin (*Cuminumcyminum*L.) seed. Int J Agric & Biol. Eng. Vol. 2, No. 2, pp. 49-56.
18. Pabis, S. & Henderson, S.M. 1961. Grain Drying Theory, A Critical Analysis of the Drying Curve for Shelled Maize. Journal of Agriculture Engineering Research, Vol. 6, pp. 272-277.
19. Sokhansanj, S. & Bruce, D.M. 1986. An Improved Heat Transfer Model for Grain Drying Simulations. Div. Note DN 1334. Nat. Inst. Agric. Eng., Silso, Engeland.
20. Treybal, R.L. 2009. Mass Transfer Operations, 3<sup>th</sup> edition. McGraw-Hill, New York.
21. Wang, Z., Sun, J. & Liao, X. 2007. Mathematical Modeling of Hot Air Drying of Thin Layer of Apple Pomace. Food Res.Int. Vol. 40, pp. 39-46.
22. Young, J.H. & Whitaker, T.B. 1971. Evaluation of the Diffusion Equation for Describing Thin Layer Drying of Peanuts in the Hull. Transaction of the ASAE, Vol. 14, pp. 309-312.
23. Zomorodian, A. & Moradi, M. 2010. Mathematical Modeling of Forced Convection Thin Layer Solar Drying for CuminumCyminum. Journal of Agricultural Science and Technology, Vol. 12: 401-408.



نهمین کنگره ملی مهندسی ماشین‌های کشاورزی

(مکانیک بیوسیستم) و مکانیزاسیون

پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

۲ و ۳ اردیبهشت ۱۳۹۴ - کرج



## **Determination of moisture diffusion coefficient of Cuminumcuminum grain during thin drying process**

### **Abstract**

Thin layer drying process of Cuminumcuminum seeds were performed using a solar cabinet dryer. Mass transfer equation during drying was solved analytically at different operating conditions and then moisture diffusion coefficients of the seed were determined as the functions of the seed moisture content. To evaluate these functions, mass transfer equations including these coefficients were solved by numerical finite difference method and the moisture content of the grain were calculated. The moisture content was compared with the experimental one, results showed high coefficient of determination and low root of mean square error.

**Key words:** Mass transfer, drying, Cuminumcuminum, moisture diffusion coefficient, numerical simulation.