



مدل هوشمند پیش‌بینی نیروی کشش تیغه خاک‌ورز

منا طهماسبی^{۱*}، محمد گهری^{۲*}

^۱استادیار، بخش تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی، مرکز تحقیقات و آموزش کشاورزی و منابع طبیعی استان مرکزی، سازمان تحقیقات، آموزش و ترویج کشاورزی، اراک، ایران؛ tahmasebi.mona@gmail.com
^۲استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک، اراک، ایران؛ moh-gohari@arakut.ac.ir

چکیده

تعیین نیروی کشش ابزار خاک‌ورز نخستین گام در طراحی ابزار از نظر مقاومت مصالح و انرژی مورد نیاز است. مدل‌های ریاضی در این زمینه ارائه شده‌اند که کار محاسبه را بر پایه تئوری پی نواری ترزاقی انجام می‌دهند. یکی از دلایل موفقیت معادله این مدلها برای پیش‌بینی مقاومت خاک نه تنها دقت مقادیر بدون بعد فاکتور N است بلکه این فاکتورها چگونه به دست آمده‌اند. غالباً این مدلها از نمودار و گراف برای تعیین ضرایب بدون بعد استفاده می‌کنند که کمی وقت‌گیر و کند می‌باشد. در تحقیق حاضر یک مدل هوشمند غیرپارامتریک ارائه شده که در آن شبکه عصبی مصنوعی برای تعیین نیروی کشش خاک‌ورز استفاده شده است. نتایج نشان داده است که مدل دقت مناسبی در تعیین نیروی کشش دارد و زمان محاسبه را کاهش می‌دهد. در واقع نیازی به استفاده نمودارها برای بدست آوردن ضرایب نبوده و آن را مناسب مدل‌های تخمین‌گر می‌نماید.

کلمات کلیدی: ابزار خاک‌ورز، مقاومت خاک، نیروی کشش، مدل هوشمند، شبکه عصبی

Intelligent Model for Draft Force Prediction of Tillage Tine

Mona Tahmasebi¹, Mohammad Gohari²

¹ Agricultural Engineering Research Department, Markazi Agricultural and Natural Resources Research and Education Center, AREEO, Arak, Iran, tahmasebi.mona@gmail.com

² Faculty of Mechanical Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran, moh-gohari@arakut.ac.ir

ABSTRACT

Draft force determination of tillage tools is the first step for tool design based on mechanics of material and required energy. For this purpose, mathematical models have been presented which most of them are based on Terzaghi's theory. The success of the model's equation to predict the soil resistance not only depends on the accuracy of dimensionless N-factors, but also on how these factors are acquired. Some models use nomograms and charts to determine dimensionless factors, which are time-consuming and complex. In the present study, an intelligent nonparametric model has been proposed in which an artificial neural network was employed to determine the soil draft force. The results demonstrate that the model is more accurate to determine the draft force and reduce calculation time. It means that there is no need to apply charts for obtaining coefficients and it will be suitable as the estimating models.

Keywords: Tillage tool, draft force, soil resistance, intelligent model, neural network

* منا طهماسبی: اراک، کمربندی شمالی، جاده مبارک آباد، مرکز تحقیقات و آموزش کشاورزی و منابع طبیعی استان مرکزی، تلفن: ۰۸۶۳۳۶۷۵۵۷۳؛ شماره:

۰۸۶۳۳۶۷۵۵۶۹

* محمد گهری: اراک، خیابان دانشگاه، دانشگاه صنعتی اراک، تلفن: ۰۸۶۳۳۴۰۰

۱- مقدمه

طراحی خاک‌ورزهای مختلف نیازمند داشتن تقریب مناسبی از نیروی مورد نیاز کششی است تا با کمک آن بتوان هم انرژی مورد نیاز را محاسبه کرد و هم از نظر استحکام ابزار خاک ورز طراحی فنی و مناسبی ارائه نمود. مدل های پیش بینی برش خاک زیادی در دسترس هستند که بوسیله آنها می توان نیروهای وارده بر ابزار خاک‌ورز را پیش‌بینی کرد (Kushwaha et al.; 1993). مدل (McKyes and Ali., 1977) به علت سادگی و دقت بالا بطور گسترده‌ای در این زمینه استفاده می‌شود. در این مدل خط پایینی گوه مستقیم فرض شده و منطقه شکست خاک از طریق کمینه کردن عدد بدون بعد نیروی ثقل ($N\gamma$) بدست می آید. کولمب خاطر نشان کرده است که برای پیدا کردن سطح شکست خاک، تعیین مسیر شکست خاک که ناشی از بیشترین فشار بر دیواره شکست فعال خاک است ضروری می‌باشد (Coulom., 1776). در تحقیقی دیگر نیز این نتیجه‌گیری مهم در شکست فعال خاک بیان شده است (McKyes., 1989). به عبارت دیگر سطح شکست خاک در ضعیف‌ترین سطح خاک که اصطکاک داخلی، مقاومت پیوستگی و وزن خاک کمترین است رخ می‌دهد. مکی و علی تنها ترم $N\gamma$ را برای تعیین منطقه شکست در مدل بکار بردند. از آنجایی که حرکت ابزار در خاک شرایط منفعل را ایجاد می‌کند، باید تئوری فشار منفعل زمین (Terzaghi., 1959) بکار گرفته شود تا زاویه شکست بدست آید. طبق این تئوری گسیختگی منفعل در جایی رخ می‌دهد که مقاومت به شکستگی خاک کمترین مقدار باشد. به این معنی باید در گوه کمترین مقاومتی که در وجه‌های اطراف خود تحمل می‌کند تعیین شود. در این مورد برای تعیین زاویه شکست خاک علاوه بر زاویه تمایل ابزار نسبت به افق (α)، زاویه اصطکاک داخلی خاک (ϕ)، زاویه اصطکاک خاک و ابزار (δ)، نسبت رعنائی تیغه که طول به پهنای ابزار است (d/w)، پیوستگی داخلی خاک (C)، چسبندگی خاک و ابزار (C_a) و پیش بار عمودی (q) لازم هستند. مدل عمومی فشار خاک اولین بار توسط ریس ارائه شد که بطور گسترده ای توسط محققین برای پیش بینی مقاومت برش خاک بکار برده شده است (Reece, 1965). این معادله از این قرار است:

$$P = (\gamma d^2 N_\gamma + cdN_c + c_a dN_{ca} + qdN_q)w \quad (1)$$

موفقیت معادله بالا در پیش‌بینی مقاومت خاک نه تنها بستگی به دقت اعداد بدون بعد N دارد بلکه به این نیز بستگی دارد که چگونه این فاکتورها بدست آمده‌اند. Hettiaratchi and Reece., 1974 مجموعه ای از نمودارها و چارت‌ها را فراهم کردند تا سرعت محاسبه ریاضی را در فضای دو بعدی بهبود بخشند. در مجموع هشت نمودار ارائه شد تا بوسیله آن تخمین فشار منفعل خاک راحت‌تر محاسبه گردد.

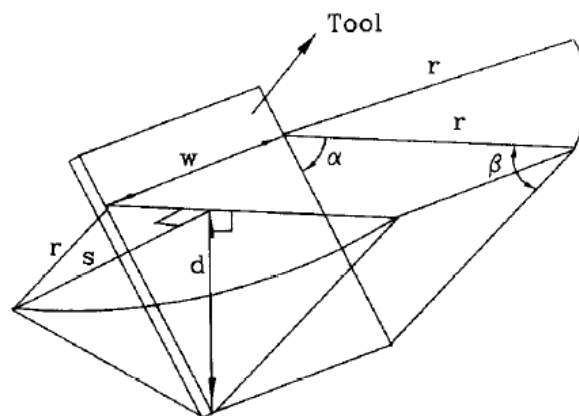


Figure 1. Soil failure model produced by tine (McKyes and Ali., 1977)

شکل ۱- مدل شکست خاک توسط تیغه ابزار ارائه شده توسط (McKyes and Ali., 1977)



یازدهمین کنگره ملی مهندسی مکانیک بیوسیستم و مکانیزاسیون ایران



همچنین پژوهشگران موضوع شکست خاک توسط ابزار باریک را مورد مطالعه قرار دادند (Godwin and Spoor., 1977). در آن مدل دو ناحیه شکست جداگانه مورد توجه قرار گرفت: (۱) ناحیه شکست سه بعدی بالای عمق بحرانی (۲) ناحیه گسیختگی عرضی دوبعدی که در پایین عمق بحرانی قرار دارد. در ادامه تحقیقات در زمینه تیغه، مکی و علی یک مدل سه بعدی برش خاک برای ابزار خاک ورز نازک را مورد مطالعه قرار دادند. این مدل بسیار شبیه مدل گادوین-اسپور بود اما خط پایینی منطقه شکست بصورت مستقیم فرض شده بود (شکل ۱). همچنین ناحیه هلالی شکست کناری بصورت دایروی فرض شده‌اند.

اعداد بدون بعد N در معادله ۱ تابعی از زاویه شکست خاک (β) هستند و این زاویه توسط کمینه کردن فاکتور $N\gamma$ بدست می‌آید. مکی و علی فاکتورهای N بدست آمده را با مقادیر بدست آمده از تحلیل لگاریتم ماریچ (Hettiaratchi and Reece., 1974) مقایسه کردند و نتایج برای تیغه‌های صاف بسیار نزدیک هم بود.

یک مدل برش سه بعدی خاک برای ابزار باریک در سال ۱۹۸۳ ارائه شد (Perumpral et al., 1983). این مدل جایگزین هلال‌های کنار دوبعدی که در اطراف گوه توسط دو نیرو بر روی وجه‌های جانبی گوه مرکزی عمل می‌کند، شده است. در این مدل از وزن خاک دو طرف گوه مرکزی صرف نظر شده است و بجای آن صفحات کناری گوه مرکزی بعنوان صفحات لغزشی در نظر گرفته شدند. نیروی کلی با در نظر گرفتن تعادل همه نیروهای وارده بر گوه مرکزی بدست می‌آید. معادله کلی تابعی از زاویه β است و این زاویه از طریق کمینه کردن نیروی کل P بدست می‌آید. معادله (۲) نحوه محاسبه نیروی P را نشان می‌دهد:

$$P = \frac{\left[\frac{1}{2} \gamma d^2 \left(1 + \frac{2s}{3w} \right) + q d \left(1 + \frac{s}{w} \right) \sin(\beta + \phi) + c d \frac{\cos \phi}{\sin \beta} \left(1 + \frac{s}{w} \right) - c_s d \frac{\cos(\alpha + \beta + \phi)}{\sin \alpha} \right] w}{\sin(\alpha + \beta + \delta + \phi)} \quad (2)$$

اگر این معادله بصورت معادله عمومی (۱) عنوان شود فاکتورهای N را می‌توان بصورت زیر محاسبه نمود:

$$N_\gamma = \frac{\frac{1}{2} (\cot \alpha + \cot \beta) \left(1 + \frac{2d}{3w} \sqrt{\cot^2 \beta + 2 \cot \alpha \cot \beta} \right) \sin(\beta + \phi)}{\sin(\alpha + \delta + \beta + \phi)} \quad (3)$$

$$N_q = \frac{(\cot \alpha + \cot \beta) \left(1 + \frac{d}{w} \sqrt{\cot^2 \beta + 2 \cot \alpha \cot \beta} \right) \sin(\beta + \phi)}{\sin(\alpha + \beta + \delta + \phi)}$$

$$N_c = \frac{\cos \phi \left(1 + \frac{d}{w} \sqrt{\cot^2 \beta + 2 \cot \alpha \cot \beta} \right)}{\sin \beta \sin(\alpha + \beta + \delta + \phi)}$$

$$N_{ca} = \frac{-\cos(\alpha + \beta + \phi)}{\sin \alpha \sin(\alpha + \beta + \delta + \phi)}$$

$$s = d \sqrt{\cot^2 \beta + 2 \cot \alpha \cot \beta}$$

$$r = d(\cot \alpha + \cot \beta)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود نحوه محاسبه نیروی کلی برای حرکت ابزار در خاک و مولفه‌های عمودی این نیرو یعنی نیروی کشش افقی و نیروی عمودی کمی پیچیده و زمان‌بر می‌باشد. به همین منظور در این مقاله سعی شده است تا با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی رابطه بین عوامل موثر بر نیروی وارده بر تیغه باریک در خاک و نیروی کششی مورد نظر مدل‌سازی شود. در این تحقیق چهار نوع بافت خاک (دو بافت رسی و دو بافت شنی رسی لومی) در نظر گرفته شدند.



استفاده از یک مدل هوشمند که بر اساس نتایج آزمایشگاهی بنا شده باشد نیازمند داده‌های ورودی- خروجی است تا با کمک آن بتوان آموزش مدل را پیش برد. مدل‌های هوشمند متعددی از سوی محققان ارائه شده است که در تخمین و مدل‌سازی بکار می‌رود مانند شبکه عصبی، مدل منطق فازی، ماشین بردار، مدل حداقل فاصله همسایگی و غیره. در این تحقیق از شبکه عصبی استفاده شد تا با قابلیت که در مدل‌سازی پدیده‌های غیر خطی دارد بتوان نیروهای وارد بر تیغه را محاسبه کرد. شبکه عصبی مانند یک تابع ریاضی عمل می‌کند و در ابتدا نیازمند آن است که عوامل موثر ورودی و خروجی مشخص شوند. شبکه عصبی قدرت یادگیری براساس مثال‌های ورودی- خروجی را دارد و توسط این مثال‌ها آموزش داده می‌شود. پس از یادگیری و استخراج روابط بین پارامترهای ورودی و کمیت‌های خروجی، شبکه می‌تواند به ازای مقادیر جدید ورودی، خروجی را پیش‌بینی کند. در این تحقیق عوامل ورودی‌های مدل تخمین‌گر عبارتند از :

- ۱) عمق کار
- ۲) پهنای تیغه
- ۳) زاویه تمایل تیغه (زاویه حمله)
- ۴) زاویه اصطکاک داخلی
- ۵) زاویه اصطکاک خاک و قلم
- ۶) مقاومت چسبندگی
- ۷) مقاومت پیوستگی
- ۸) نیروی پیش بار
- ۹) چگالی خاک

خروجی شبکه عصبی نیروی کشش لازم برای ابزار در نظر گرفته شد. در جدول ۱ ویژگی‌های چهار نوع خاک آورده شده که نیروهای وارده بر ابزار در آنها اندازه گیری شده است (McKyes and Desir., 1984). مثال‌های یادگیری شبکه عصبی براساس تحقیقی که (Zhang and Kushwaha., 1995) درون مخزن خاک انجام داده اند استخراج شدند. جدول ۲ این عوامل و نیروی کشش را نشان می‌دهد.

جدول ۱- مشخصات چهار نوع خاک بکار رفته در مدل‌سازی (Zhang and Kushwaha, 1995)

Table 1. Soil mechanical properties using for modeling

Soil	Internal friction angle (ϕ , deg.)	Soil-metal friction angle (δ , deg.)	Cohesion (c , kPa)	Adhesion (c_a , kPa)	Bulk density (γ , kN m^{-3})
Clay 1	37.3	27.3	33.5	9.4	11.5
Clay 2	29.8	25.2	35.3	8.1	11.0
Sandy clay loam 1	36.0	23.3	6.3	2.2	14.5
Sandy clay loam 2	33.1	22.1	11.9	2.7	13.2

بدین ترتیب یک شبکه عصبی پایه گذاری شد تا ورودی‌های آن مانند شکل ۲ باشد و خروجی آن نیروی کشش مورد نیاز. پس از آموزش شبکه عصبی با ۶۰ درصد داده‌ها، ارزیابی آن با ۴۰ درصد مابقی داده‌ها صورت پذیرفت. در مرحله ارزیابی خروجی مدل در مقابل با مقادیر واقعی حاصل از آزمایش مقایسه شد تا درصد خطا نیز بدست آید.



یازدهمین کنگره ملی مهندسی مکانیک بیوسیستم و مکانیزاسیون ایران



جدول ۲- عوامل مختلف اثرگذار بر نیروی مورد نیاز تیغه

Table 2. Various factors affected on tine force

Soil	Rake angle (α , deg.)	Tool width (w, m)	Tool working depth (d, m)	Modified model				McKeys-Ali model				Meas. H	
				β	N_y	P	H	β	N_y	P	H		
Clay 1	20	0.15	0.063	59.4	11.3	3.13	2.54	62.3	11.3	3.14	2.56	2.50	
	20	0.25	0.063	62.0	16.9	8.15	6.39	66.4	16.8	8.23	6.46	4.83	
	20	0.15	0.125	55.5	7.08	3.82	3.29	56.2	7.08	3.82	3.30	2.63	
	20	0.25	0.125	58.5	10.0	9.44	7.74	60.8	9.95	9.47	7.76	7.10	
	20	0.15	0.20	52.6	5.41	4.60	4.16	51.9	5.41	4.61	4.16	3.93	
	20	0.25	0.20	55.8	7.27	10.9	9.29	56.6	7.27	10.9	9.30	8.73	
	35	0.15	0.063	49.8	8.49	3.68	3.38	48.8	8.48	3.68	3.38	2.97	
	35	0.25	0.063	51.1	12.7	9.48	8.61	50.4	12.7	9.49	8.61	6.13	
	35	0.15	0.125	47.5	5.35	4.49	4.22	45.8	5.34	4.50	4.23	3.50	
	35	0.25	0.125	49.3	7.48	10.9	10.1	48.1	7.48	10.9	10.1	8.00	
	35	0.15	0.20	45.6	4.12	5.43	5.21	43.5	4.11	4.45	5.23	4.87	
	35	0.25	0.20	47.6	5.48	12.6	11.8	46.0	5.47	12.6	11.9	10.7	
	Clay 2	20	0.25	0.063	-*	-	-	-	-*	-	-	-	4.43
		20	0.15	0.125	63.2	5.83	3.42	2.85	-*	-	-	-	3.37
20		0.25	0.125	-*	-	-	-	-*	-	-	-	5.50	
20		0.15	0.20	59.4	4.55	4.17	3.63	60.5	4.55	4.18	3.63	4.60	
20		0.25	0.20	63.6	5.97	9.69	7.99	-*	-	-	-	6.47	
35		0.15	0.063	56.8	6.47	3.14	2.83	57.1	6.47	3.14	2.83	2.27	
35		0.25	0.063	58.6	9.48	7.99	7.12	59.9	9.48	8.00	7.13	5.23	
35		0.15	0.125	53.8	4.17	3.89	3.59	52.6	4.17	3.90	3.60	2.80	
35		0.25	0.125	56.1	5.73	9.33	8.46	56.0	5.73	9.33	8.46	6.10	
35		0.15	0.20	51.6	3.27	4.76	4.48	49.2	3.26	4.78	4.50	4.00	
35		0.25	0.20	54.0	4.27	10.9	10.0	52.9	4.27	10.9	10.0	8.63	
Sandy clay loam 1	20	0.25	0.063	-*	-	-	-	-*	-	-	-	1.43	
	20	0.15	0.125	58.4	6.35	0.89	0.72	64.4	6.31	0.90	0.73	0.93	
	20	0.25	0.125	63.3	8.76	2.45	1.87	-*	-	-	-	1.93	
	20	0.15	0.20	54.6	4.92	1.07	0.92	59.2	4.91	1.08	0.92	0.50	
	20	0.25	0.20	59.2	6.50	2.88	2.27	65.0	6.46	2.92	2.30	1.21	
	35	0.15	0.063	53.0	7.30	0.73	0.65	54.0	7.30	0.73	0.65	0.73	
	35	0.25	0.063	54.9	10.8	2.06	1.80	56.1	10.8	2.06	1.80	1.57	
	35	0.15	0.125	50.0	4.67	0.91	0.83	50.4	4.67	0.91	0.83	1.17	
	35	0.25	0.125	52.4	6.46	2.42	2.15	53.2	6.46	2.42	2.16	2.43	
	35	0.15	0.20	47.7	3.63	1.12	1.04	47.5	3.63	1.12	1.04	1.40	
	35	0.25	0.20	50.3	4.78	2.83	2.57	50.6	4.78	2.83	2.57	1.67	
	Sandy clay loam 2	20	0.15	0.063	-*	-	-	-	-*	-	-	-	0.47
		20	0.25	0.063	-*	-	-	-	-*	-	-	-	1.80
20		0.15	0.125	63.3	5.82	1.29	1.0	-*	-	-	-	0.43	
20		0.25	0.125	-*	-	-	-	-*	-	-	-	2.87	
20		0.15	0.20	59.3	4.57	1.58	1.28	63.1	4.55	1.59	1.29	0.67	
20		0.25	0.20	64.0	5.95	3.92	3.00	-*	-	-	-	3.90	
35		0.15	0.063	56.7	6.51	1.12	0.98	58.1	6.51	1.12	0.98	1.23	
35		0.25	0.063	58.6	9.54	2.99	2.57	60.8	9.52	3.00	2.58	2.70	
35		0.15	0.125	53.6	4.21	1.40	1.24	53.7	4.21	1.40	1.24	0.77	
35		0.25	0.125	56.0	5.78	3.50	3.06	57.0	5.78	3.51	3.06	3.13	
35		0.15	0.20	51.3	3.31	1.71	1.55	50.3	3.31	1.71	1.56	1.77	
35		0.25	0.20	53.9	4.31	4.10	3.64	53.9	4.31	4.10	3.64	3.77	

*Angle β goes to 90° in the model, which is not reasonable.

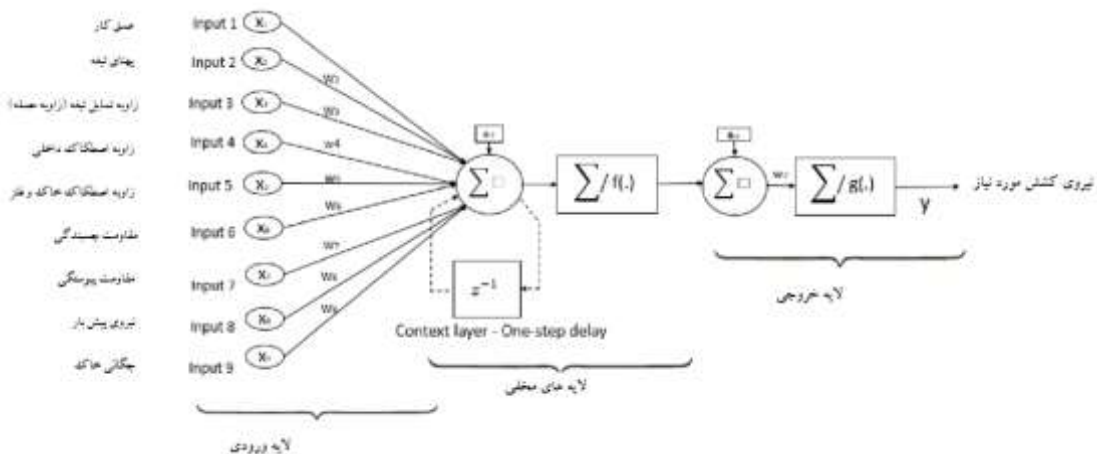


Figure 2. Schematic view of neural network model with proposed inputs and outputs

شکل ۲- طرح شماتیک از مدل شبکه عصبی به همراه ورودی ها و خروجی های مورد نظر

۳- نتایج و بحث

شبکه های عصبی پسا انتشار Feed Forward Back Propagation با تعداد لایه های مخفی ۲ تا ۷ لایه و تعداد ۱۰ نرون در هر لایه آزمایش شدند. شبکه با تعداد ۲ لایه مخفی بهترین عملکرد را با ۱۱ بار تکرار نشان داد. در شکل ۳ روند آموزش، ارزیابی و تست دیده می شود که مشابه هم هستند.

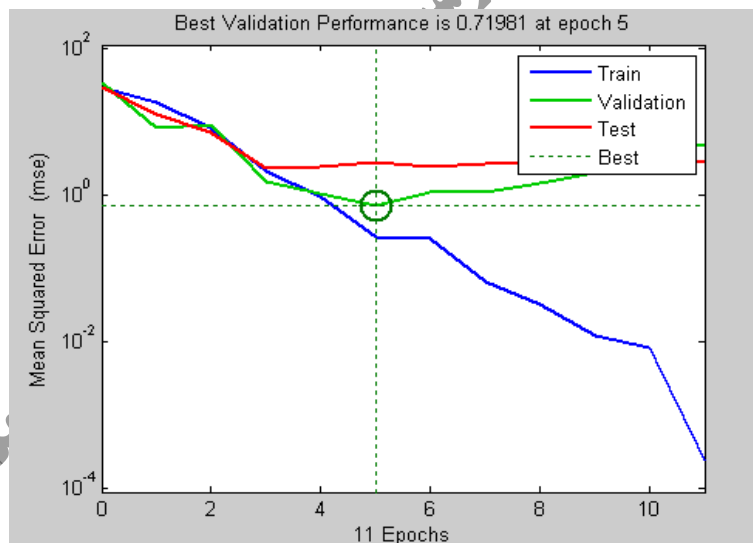


Figure 3. Training, validation and test trend of proposed neural network

شکل ۳ - روند آموزش، ارزیابی و تست شبکه عصبی منتخب

همچنین همبستگی پارامتر وابسته (نیروی کشش تیغه) به پارامترهای مستقل ۹ گانه در شکل ۴ در مراحل آموزش، ارزیابی و تست دیده می شود که در کل دقت ۹۱/۴۹ درصد داشته است. به علاوه در شکل ۵، خروجی مدل هوشمند در برابر مقادیر واقعی حاصل از آزمایش که همان نیروی کشش می باشد ترسیم شده است. همان طور که مشاهده می شود تقریباً یک رابطه خطی بین این دو سری اعداد وجود دارد و به نظر می رسد می توان از این مدل هوشمند در تخمین نیروی کشش تیغه باریک در شرایط مختلف خاک با دانسیته، چسبندگی و پیوستگی متنوع استفاده نمود.

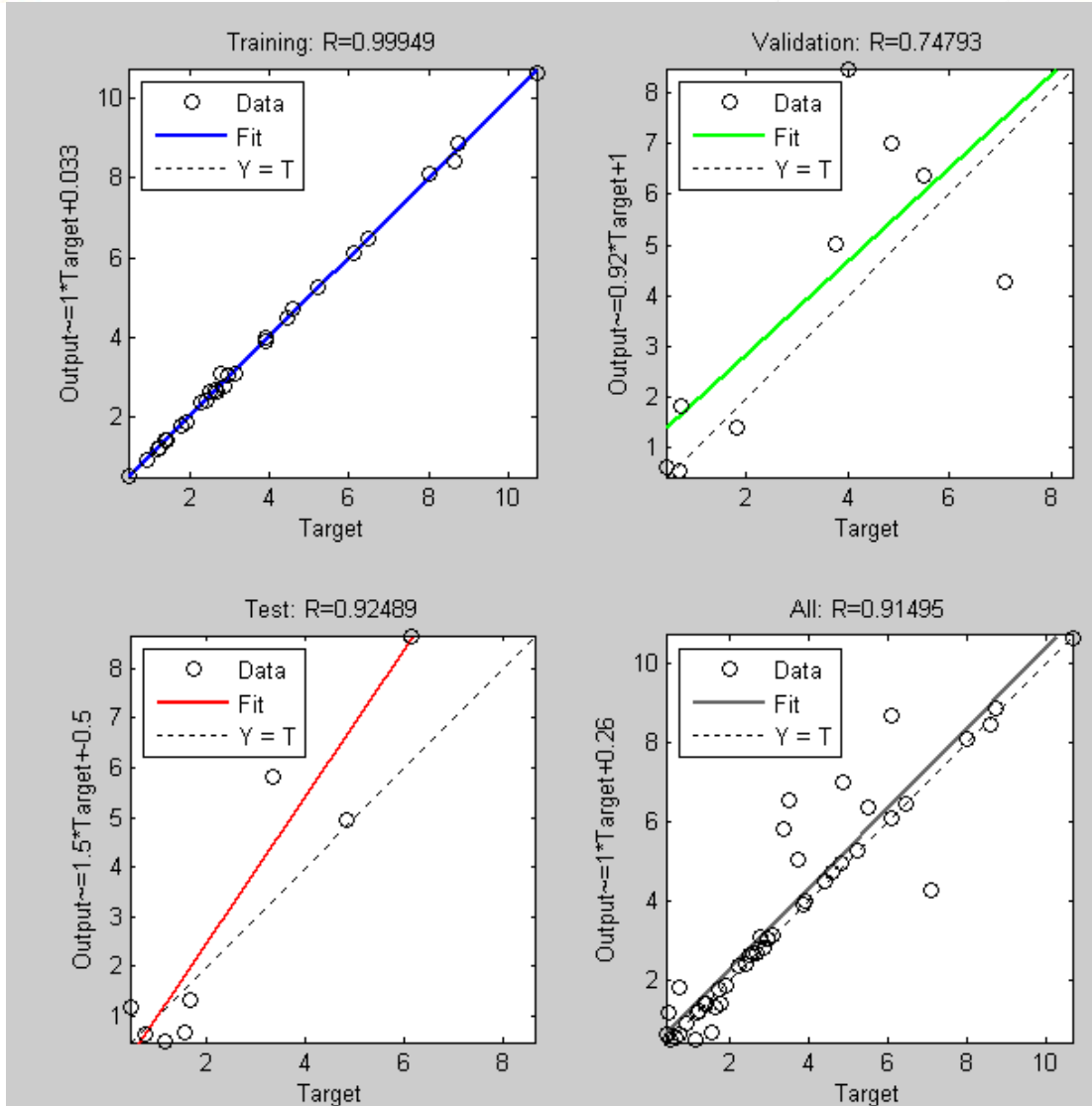
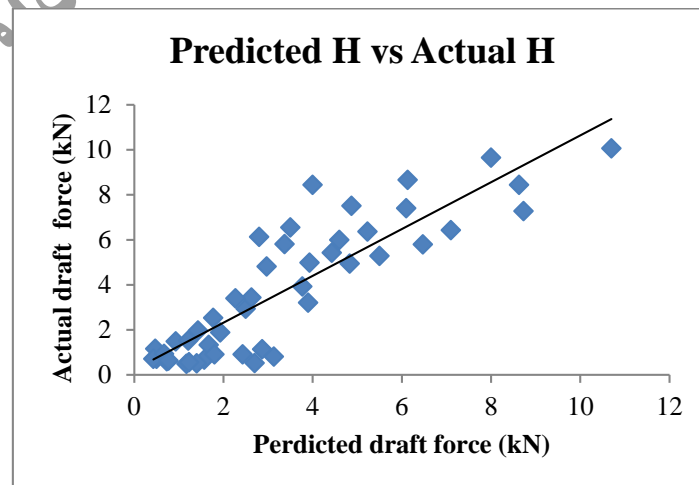


Figure 4. Correlation ratio between output parameter and input parameters in all three stages and total
شکل ۴- ضریب همبستگی بین پارامتر خروجی و پارامترهای ورودی در هر سه مرحله و کل



(Figure 5. The output of the intelligent model vs the actual values of the test (Draft force))

شکل ۵- خروجی مدل هوشمند در برابر مقادیر واقعی حاصل از آزمایش (نیروی کشش)



یازدهمین کنگره ملی مهندسی مکانیک بیوسیستم و مکانیزاسیون ایران



۴- نتیجه گیری

ابزارهای خاک‌ورز به عنوان اصلی‌ترین دسته از ماشین‌های کشاورزی نیازمند محاسبه نیروی کشش و یا تخمین آن هستند تا در طراحی شاسی و متعلقات آن‌ها از نظر استحکام خطایی رخ ندهد. در کنار مدل‌های پارامتریک مرسوم که غالباً وقت‌گیر و پیچیده می‌باشند، مدل‌های غیرپارامتریک وجود دارند که دارای سرعت محاسبه بالاتر و پیچیدگی کمتری هستند. تحقیق حاضر بر پایه آموزش شبکه عصبی و داده‌های تجربی، یک مدل غیرپارامتریک هوشمند ارائه نمود که دارای دقت مناسبی در تخمین نیروی کشش تیغه خاک‌ورز است.

۵- مراجع

- Coulomb, C. A. (1776). Essai sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture.
- Godwin, R. J., & Spoor, G. (1977). Soil failure with narrow tines. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 22(3), 213-228.
- Hettiaratchi, D. R. P., & Reece, A. R. (1974). The calculation of passive soil resistance. *Geotechnique*, 24(3), 289-310.
- Kushwaha, R. L., Chi, L., & Shen, J. (1993). Analytical and numerical models for predicting soil forces on narrow tillage tools. *Canadian Agricultural Engineering*, 35(3), 183.
- McKyes, E., & Ali, O. S. (1977). The cutting of soil by narrow blades. *Journal of Terramechanics*, 14(2), 43-58.
- McKyes, E. (1989). *Agricultural Engineering Soil Mechanics*. Elsevier, Amsterdam.
- McKyes, E., & Desir, F.L. (1984). Prediction and field measurements of tillage tool draft forces and efficiency in cohesive soils. *Soil Tillage Research*, 4(5), 459-470.
- Perumpral J.V., Grisso, R.D., & Desai, C.S. (1983). A soil-tool model based on limit equilibrium analysis. *Trans ASAE*, 26(4), 1-5.
- Reece, A.R. (1965). *The fundamental equations of earth-moving mechanics*. In: Proceedings of the symposium on earth moving machinery, vol. 179, No. 3F. Institute of Mechanical Engineering. p. 8-14
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. New York: Wiley.
- Zhang, J., & Kushwaha, R. L. (1995). A modified model to predict soil cutting resistance. *Soil and Tillage Research*, 34(3), 157-168.